Министерство образования Республики Башкортостан

ГАОУ СПО Стерлитамакский колледж строительства, экономики и права

Учебно-методический комплекс по дисциплине

ОП 13. Численные методы

основной профессиональной образовательной программы (ОПОП)
по специальности СПО
230115 Программирование в компьютерных системах
базовой подготовки

Разработала : ДОЛГИХ Е.А.

2013

Одобрено на заседании предметно-цикловой комиссии специальности 230115 Программирование в компьютерных системах	УТВЕРЖДАЮ
	Зав. методическим кабинетом
Протокол №___ ____________	ГАОУ СПО СКСЭиП
от «___»_______2013г.	__________ /Н.Б. Дубанова/
Председатель ПЦК	«___»___2013г.
_____________ _____/О.А.Комиссарова/	

Учебно-методический комплекс по дисциплине ОП13 «Численные методы» для специальности 230115 Программирование в компьютерных системах

Составила	Е.А.Долгих	Преподаватель математики и информатики ГАОУ СПО Стерлитамакский колледж строительства, экономики и права
Рецензенты	С.С.Салаватова	К.п.н., профессор, профессор кафедры алгебры, геометрии и методики обучения математике физико-математического факультета Стерлитамакского филиала БашГУ
	О.А.Комиссарова	Председатель предметно-цикловой комиссии специальности 230115 Программирование в компьютерных системах ГАОУ СПО Стерлитамакский колледж строительства, экономики и права

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина ***«Численные методы»**** является дисциплиной вариативной части профессионального цикла, входящей в основную профессиональную образовательную программу в соответствии с ФГОС по специальности 230115 Программирование в компьютерных системах, входящей в состав укрупненной группы специальностей СПО 230000 Информатика и вычислительная техника.

Цель изучения дисциплины - освоение основных идей методов, особенностей областей их применения, методики использования их как готового инструмента при проектировании, моделировании различных процессов, математической обработке данных, построении алгоритмов и организации вычислительных процессов на ПК.

Задачи изучения дисциплины - освоить приемы и навыки вычислительных процедур, научиться выбирать оптимальный численный метод решения данной задачи, давать оценку точности полученного решения.

Курс «Численные методы» в значительной степени опирается на базовые знания курсов «Элементы высшей математики», «Теория алгоритмов», «Основы программирования». Курс «Численные методы» является базой для изучения профессионального модуля ПМ01 Разработка программных модулей программного обеспечения компьютерных систем, представляет целостную систему знаний в области численных методов и информационных технологий, необходимую современному специалисту в области программирования компьютерных систем.

Математическая учебная дисциплина «Численные методы» содержит математические основы и методы, формирующие у студентов – программистов профессиональную культуру и специальное вероятностно-статистическое мышление, необходимое для успешной исследовательской и аналитической работы в современных областях информационных и компьютерных технологий. Учебная дисциплина имеет прикладную направленность, что реализуется через рассмотрение конкретных прикладных моделей анализа, иллюстрирующих теоретическое содержание программы дисциплины. Приводится большое количество заданий различной сложности, предназначенных как для текущего, промежуточного и итогового контроля знаний, так и для начальной исследовательской работы по проблематике численных методов в информационных исследованиях. Обеспеченность дисциплины учебной литературой позволяет стимулировать самостоятельную работу студентов, существенно увеличивая, тем самым, реальный охват рассматриваемой проблематики. Материал учебной дисциплины предназначен для дальнейшего использования, прежде всего, в математическом моделировании, в учебных курсах, посвященных построению и оцениванию компьютерных сетей и технологий.

Приводимые в курсе примеры не только разъясняют общие положения теории, но и указывают на связь этих положений с информационно-техническими проблемами, дают указания на приложения общетеоретических результатов, развивают умение применять эти результаты в конкретных задачах, например, таких как контроль качества и работоспособности программных продуктов, организация информационной безопасности в компьютерных сетях.

Широко внедряется вычислительная техника, благодаря которой существенно расширяются возможности успешного применения численных методов при решении конкретных задач. При изучении данного курса представляется целесообразным использовать пакеты прикладных программ для математических и научных расчетов, ориентированных на широкие круги пользователей.

Учебно-методический комплекс учебной дисциплины «Численные методы» предназначен для преподавателей математических дисциплин укрупненной группы специальностей 230000 Информатика и вычислительная техника

РАЗДЕЛ 1 РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОП13 Численные методы*

Примерная программа учебной дисциплины разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта по специальности среднего профессионального образования **230115 Программирование в компьютерных системах** (укрупненная группа специальностей 230000 Информатика и вычислительная техника)

Организация-разработчик: ГАОУ СПО Стерлитамакский колледж строительства, экономики и права

Разработчик: Долгих Е.А, преподаватель высшей категории

Утверждена республиканским экспертным советом по профессиональному образованию ГОУ РУНМЦ РБ, секция СПО (протокол №3/11 от 30.06.2011г.)

1. ПАСПОРТ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОП13 Численные методы*

1.1. Область применения программы

Рабочая программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальности **230115 Программирование в компьютерных системах**, входящей в состав укрупненной группы специальностей СПО **230000 Информатика и вычислительная техника** и может быть использована в дополнительном профессиональном образовании в рамках реализации программ переподготовки кадров в учреждениях СПО.

1.2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина ***«Численные методы» является компонентом вариативной части общепрофессиональных дисциплин профессионального цикла***

1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:

- использовать основные численные методы решения математических задач;
- разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать**:

- методы хранения чисел в памяти ЭВМ и действия над ними, оценку точности вычислений, т.е. действия с приближенными числами;
- методы решения основных математических задач — интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ;

1.4. Рекомендуемое количество часов на освоение программы дисциплины:

максимальной учебной нагрузки обучающегося **105** часов,
в том числе:
обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося **70** часов;
самостоятельной работы обучающегося **35** часов.

2. СТРУКТУРА И ПРИМЕРНОЕ СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы*

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
Максимальная учебная нагрузка (всего)	***105***
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)	***70***
в том числе:	
лабораторные занятия	*20*
практические занятия	-
контрольные работы	-
Самостоятельная работа обучающегося (всего)	***35***
в том числе:	
1. Составление сравнительной (сводной) таблицы a. Численные методы решения уравнений b. Области применения методов решения системы линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, итераций, Зейделя c. Суть методов интерполяции и экстраполяции функций с использованием многочлена Лагранжа и формулы Ньютона d. Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса e. Области применения методов Эйлера, Рунге-Кутта для решения обыкновенных дифференциальных уравнений f. Методы минимизации функции одной переменной g. Многомерные методы оптимизации 2. Разработка алгоритма и программы для решения вычислительной задачи 3. Выполнение упражнений на закрепление материала по тематике очередного практического занятия	*15* *15* *5*
Итоговая аттестация в форме экзамена	

2.2. Примерный тематический план и содержание учебной дисциплины

Численные методы*

Наименование разделов и тем		Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся, курсовая работ (проект)	Объем часов	Уровень освоения
1		2	3	4
Раздел 1. Приближенные числа и действия над ними			**4**	
Тема 1.1 Элементы теории погрешностей		**Содержание учебного материала**	4	
	1.	Источники и классификация погрешностей результата численного решения задачи (ОК 1, ОК 10)		1
	2	Формулы для вычисления погрешностей результатов арифметических действий над приближенными числами (ОК2.1.1)		1
		Самостоятельная работа обучающихся	2	
		Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Элементы теории погрешностей» (ОК 2.1.1)		
Раздел 2 Численные методы			**66**	
Тема 2.1. Приближенные решения алгебраических и трансцендентных уравнений		**Содержание учебного материала**	10	
	1	Постановка задачи локализации корней.		1
	2	Метод половинного деления		1
	3	Метод хорд		1
	4	Метод касательных		1
	5	Метод итераций.		1
		Лабораторные занятия	4	
	1	Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом половинного деления (ОК 2.1.1)		
	2	Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методами хорд и касательных (ОК 2.1.1)		
		Самостоятельная работа обучающихся	7	
	1	Составление сводной таблицы «Численные методы решения уравнений» (ОК 3.1.2)		
	2	Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами (ОК 3.1.1)		
	3	Выполнение упражнений на закрепление материала по решению уравнений (ОК 2.1.1)		
Тема 2.2 Решение систем линейных алгебраических уравнений		**Содержание учебного материала**	8	
	1	Метод Гаусса.		1
	2	Вычисление определителей и обратных матриц методом Гаусса		2
	3	Метод итераций решения СЛАУ		1
	4	Метод Зейделя		1
		Лабораторные занятия	4	
	1	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. (ОК 2.1.1)		
	2	Решение систем линейных уравнений приближенными методами. (ОК 2.1.1)		
		Самостоятельная работа обучающихся	6	
	1	Составление сводной таблицы «Области применения методов решения СЛАУ методами Гаусса, итераций, Зейделя» (ОК 3.1.2)		
	2	Разработка алгоритмов и программ для решения систем уравнений численными методами (ОК 3.1.1)		
	3	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение СЛАУ»		
Тема 2.3. Интерполирование и экстраполирование функций		**Содержание учебного материала**	6	
	1	Интерполяционный многочлен Лагранжа.		1
	2	Интерполяционные формулы Ньютона		1
	3	Интерполирование сплайнами.		1
		Лабораторные занятия	6	

Наименование разделов и тем		Содержание учебного материала, лабораторные и практические работы, самостоятельная работа обучающихся, курсовая работ (проект)	Объем часов	Уровень освоения
1		2	3	4
	1	Составление интерполяционных формул Лагранжа. (ОК 2.1.1)		
	2	Составление интерполяционных формул Ньютона. (ОК 2.1.1)		
	3	Нахождение интерполяционных многочленов сплайнами (ОК 2.1.1)		
	Самостоятельная работа обучающихся		6	
	1	Составление сводной таблицы «Суть методов интерполяции и экстраполяции функций с использованием многочлена Лагранжа и формулы Ньютона» (ОК 3.1.2)		
	2	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Интерполирование функций»		
Тема 2.4 Численное интегрирование	**Содержание учебного материала**		8	
	1.	Формулы Ньютона – Котеса: метод прямоугольников.		1
	2.	Формулы Ньютона – Котеса: метод трапеций		2
	3.	Формулы Ньютона – Котеса: метод парабол		2
	4.	Интегрирование с помощью формул Гаусса.		1
	Лабораторные занятия		4	
	1	Вычисление интегралов методом прямоугольников (ОК 2.1.1)		
	2	Вычисление интегралов методом трапеций и парабол (ОК 2.1.1)		
	Самостоятельная работа обучающихся		6	
	1	Составление сводной таблицы «Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса» (ОК 3.1.2)		
	2	Разработка алгоритмов и программ для численного интегрирования (ОК 3.1.1)		
	3	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Численное интегрирование»		
Тема 2.5. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	**Содержание учебного материала**		4	
	1.	Метод Эйлера. Уточненная схема Эйлера		1
	2.	Метод Рунге-Кутта		1
	Лабораторные занятия		2	
	1	Нахождение решений обыкновенных дифференциальных уравнений при помощи формул Эйлера. (ОК 2.1.1)		
	Самостоятельная работа обучающихся		3	
	1	Составление сводной таблицы «Области применения методов Эйлера, Рунге-Кутта для решения обыкновенных дифференциальных уравнений» (ОК 3.1.2)		
	2	Разработка алгоритмов и программ для решения дифференциальных уравнений численными методами (ОК 3.1.1)		
	3	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение дифференциальных уравнений»		
Тема 2.6. Численное решение задач оптимизации.	**Содержание учебного материала**		10	
	1	Методы оптимизации функции.		1
	2	Метод покоординатного спуска.		1
	3	Метод наискорейшего спуска		1
	4	Нахождение экстремумов функций одной переменной приближенными методами. (ОК 2.1.1)		1
	5	Нахождение экстремумов функций двух переменных приближенными методами. (ОК 2.1.1)		1
	Самостоятельная работа обучающихся		5	
	1	Составление сводной таблицы «Методы минимизации функции одной переменной»;«Многомерные методы оптимизации» (ОК 3.1.2)		
	2	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Задачи оптимизации»		
	Всего		**105**	

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы*

3.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению

Реализация программы дисциплины предполагает наличие кабинета информатики и вычислительной техники; лаборатории информационно-коммуникационных систем; полигона вычислительной техники.

Оборудование учебного кабинета и рабочих мест кабинета:

- посадочные места по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя;
- комплект плакатов по учебной дисциплине;
- комплект учебно-методической документации;
- макеты и наглядные пособия по учебной дисциплине

Оборудование лабораторий:

- рабочие места с персональным компьютером по количеству обучающихся;
- рабочее место преподавателя

Технические средства обучения:

- лицензионное программное обеспечение;
- выход в глобальную сеть Internet на каждом ПК;
- точки электропитания;
- сетевое оборудование, обеспечивающее работу локальной сети;
- мультимедийное оборудование;
- источники бесперебойного питания;
- интерактивная доска

3.2. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники

1. Бахвалов Н.С. Жидков Н.П. Кобельков Г.М. Численные методы - 4-е изд. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 636 с.
2. Лапчик М.П. Численные методы: / М.П.Лапчик, М.И.Рагулина, Е.К.Хеннер; под ред М.П.Лапчика. – М.:Издательский центр «Академия», 2007, 224 с
3. Лапчик М.П. Численные методы: Учеб.пособие для студ.вузов / М.П.Лапчик, М.И.Рагулина, Е.К.Хеннер; под ред М.П.Лапчика. – 5 изд, стер. - М.:Издательский центр «Академия», 2009, 384 с

Дополнительные источники:

1. Вержбицкий В.М. Численные методы (линейная алгебра и нелинейные уравнения): Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк. , 2000, 266 с.
2. Матрицы и вычисления. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. – М.: Наука, 1984, 320 с.
3. Костомаров Д.П., Корухова Л.С., Манжелей С.Г. Программирование и численные методы. - М.: Издательство МГУ, 2001, 224 с.
4. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. – Москва: Высшая школа, 2000, 188 с.

Интернет – ресурсы:

1. http://www.uchites.ru/chislennye_metody/posobie
2. http://www.intuit.ru/department/calculate/vnmdiffeq/
3. http://www.intuit.ru/department/calculate/calcmathbase/

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы*

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий и лабораторных работ, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	**Формы и методы контроля и оценки результатов обучения**
В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:	
использовать основные численные методы решения математических задач;	Оценка продукта учебной деятельности (решённой задачи) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, отсутствие расчётных и логических ошибок) на дифференцированном зачете и экзамене
разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.	Оценка продукта учебной деятельности (решённой задачи) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, соответствие результата требуемой точности, отсутствие расчётных ошибок, соответствие программы предложенной блок-схемой метода) на лабораторной работе
В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать**:	
методы хранения чисел в памяти ЭВМ и действия над ними, оценку точности вычислений, т.е. действия с приближенными числами	Оценка результатов стандартизованного тестирования сопоставлением с эталоном (ключом, модельным ответом) на экзамене
методы решения основных математических задач - интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	Оценка результатов стандартизованного тестирования сопоставлением с эталоном (ключом, модельным ответом) на экзамене

ПРИЛОЖЕНИЕ

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины

Численные методы*

<table>
<tr><th>Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)</th><th>Основные показатели результатов подготовки</th><th>Формы и методы контроля и оценки результатов обучения</th></tr>
<tr><td>В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь:</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>вычислять погрешность результата действий над приближенными числами</td><td rowspan="2">Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, расчетные ошибки отсутствуют, решение задачи соответствует требуемой точности</td><td>Оценка продукта учебной деятельности (решённой задачи) по критериям (использование соответствующего алгоритма, отсутствие расчётных ошибок) на дифференцированном зачете</td></tr>
<tr><td>находить приближенное значение корней алгебраических и трансцендентных уравнений</td><td>Оценка продукта учебной деятельности (решённой задачи) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, соответствие результата требуемой точности, отсутствие расчётных ошибок) на дифференцированном зачете</td></tr>
<tr><td>составлять алгоритмы и программы для нахождения приближенных решений алгебраических и трансцендентных уравнений.</td><td>Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, расчетные ошибки отсутствуют, решение задачи соответствует требуемой точности</td><td rowspan="3">Оценка продукта учебной деятельности (решённой задачи) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, соответствие результата требуемой точности, отсутствие расчётных ошибок, соответствие программы предложенной блок-схемой метода) на лабораторной работе</td></tr>
<tr><td>составлять алгоритмы и программы для нахождения решения систем линейных уравнений;</td><td rowspan="2">Программа составлена на языке программирования, используемом в ОУ, в соответствии с методическими рекомендациями и предложенной блок-схемой метода</td></tr>
<tr><td>находить численные решения систем линейных уравнений.</td></tr>
<tr><td>составлять интерполяционные и экстраполяционные формулы;</td><td>Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, расчетные ошибки отсутствуют</td><td>Оценка продукта учебной деятельности (решённой задачи) по критериям (использование соответствующего алгоритма, отсутствие расчётных ошибок) на лабораторной работе</td></tr>
<tr><td>составлять алгоритмы и программы, позволяющие интерполировать и экстраполировать значения функций.</td><td>Программа составлена на языке программирования, используемом в ОУ, в соответствии с методическими рекомендациями и предложенной блок-схемой метода
Расчетные и логические ошибки отсутствуют</td><td>Оценка продукта учебной деятельности (решённой задачи) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, отсутствие расчётных и логических ошибок, соответствие программы предложенной блок-схеме метода) на лабораторной работе</td></tr>
<tr><td>находить значения интегралов численными методами;</td><td>Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, расчетные ошибки отсутствуют, решение задачи соответствует требуемой точности</td><td>Оценка продукта учебной деятельности (решённой задачи) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, соответствие результата требуемой точности, отсутствие расчётных ошибок) на экзамене</td></tr>
<tr><td>составлять алгоритмы и программы, позволяющие вычислять значения интегралов.</td><td>Программа составлена на языке программирования, используемом в ОУ, в соответствии с методическими</td><td>Оценка продукта учебной деятельности (алгоритма и программы) по критериям (соответствие программы предложенной блок-схеме метода) на лабораторной</td></tr>
</table>

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели результатов подготовки	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
	рекомендациями и предложенной блок-схемой метода Расчетные и логические ошибки отсутствуют	работе
составлять алгоритмы и программы, позволяющие определять приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений;	Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, расчетные и логические ошибки отсутствуют, решение задачи соответствует требуемой точности	Оценка продукта учебной деятельности (алгоритма, программы) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, отсутствие расчётных и логических ошибок, соответствие программы предложенной блок-схеме метода) на лабораторной работе
решать обыкновенные дифференциальные уравнения методом Эйлера. находить оптимумы функций одной и двух переменных приближенными методами;	Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, расчетные и логические ошибки отсутствуют, решение задачи соответствует требуемой точности	Оценка продукта учебной деятельности (решённой задачи) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, соответствие результата требуемой точности, отсутствие расчётных ошибок) на лабораторной работе
составлять алгоритмы и программы, позволяющие определять экстремумы функций.	Программа составлена на языке программирования, используемом в ОУ, в соответствии с методическими рекомендациями и предложенной блок-схемой метода Расчетные и логические ошибки отсутствуют	Оценка продукта учебной деятельности (алгоритма, программы) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, отсутствие расчётных и логических ошибок, соответствие программы предложенной блок-схеме метода) на лабораторной работе
использовать основные численные методы решения математических задач;	Программа составлена на языке программирования, используемом в ОУ, в соответствии с методическими рекомендациями и предложенной блок-схемой метода Расчетные и логические ошибки отсутствуют	Оценка продукта учебной деятельности (решенной задачи) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, отсутствие расчётных и логических ошибок) на дифференцированном зачете
разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата.	Программа составлена на языке программирования, используемом в ОУ, в соответствии с методическими рекомендациями и предложенной блок-схемой метода Расчетные и логические ошибки отсутствуют	Оценка продукта учебной деятельности (алгоритма, программы) по критериям (использование оптимальных методов решения поставленных задач, отсутствие расчётных и логических ошибок, соответствие программы предложенной блок-схеме метода) на лабораторной работе
В результате освоения дисциплины обучающийся должен **знать**:		
определение приближенного числа, погрешности;	Формулирует основные понятия теории погрешностей Воспроизводит формулы для вычисления погрешностей	Оценка результатов стандартизованного тестирования сопоставлением с эталоном (ключом, модельным ответом) на экзамене
методы хранения чисел в памяти ЭВМ и действия над ними,	Перечисляет основные методы хранения чисел в памяти ЭВМ Формулирует правила действий	

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Основные показатели результатов подготовки	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
	над числами в памяти ЭВМ	
методы оценки точности вычислений,	Перечисляет основные методы оценки точности вычислений	
методы решения основных математических задач - интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	Перечисляет основные методы численного решения задач Формулирует и обосновывает области применения методов решения численных задач Формулирует суть методов численного решения задач	Оценка результатов стандартизованного тестирования сопоставлением с эталоном (ключом, модельным ответом) на экзамене
области применения методов решения системы линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, итераций, Зейделя	Формулирует и обосновывает области применения методов решения системы линейных алгебраических уравнений методами : 1)Гаусса, 2) итераций, 3) Зейделя	Оценка продукта учебной деятельности (сравнительной таблицы) сопоставлением с эталоном на практической работе
суть методов интерполяции и экстраполяции функций с использованием многочлена Лагранжа и формулы Ньютона	Формулирует суть методов интерполяции и экстраполяции функций Воспроизводит алгоритмы интерполирования функции с использованием: 1) многочлена Лагранжа 2) формулы Ньютона	Оценка результатов стандартизованного тестирования сопоставлением с эталоном (ключом, модельным ответом) на практической работе
Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса	Формулирует суть методов вычисления интегралов с использованием 1) формул Ньютона-Котеса 2) формул Гаусса	
Области применения методов Эйлера, Рунге-Кутта для решения обыкновенных дифференциальных уравнений	Формулирует и обосновывает области применения методов для решения обыкновенных дифференциальных уравнений: Эйлера, Рунге-Кутта	Оценка продукта учебной деятельности (сравнительной таблицы) сопоставлением с эталоном на лабораторной работе
методы минимизации функции одной переменной	Перечисляет методы минимизации функции одной переменной	
многомерные методы оптимизации	Перечисляет многомерные методы оптимизации	

РАЗДЕЛ 2. КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОП13 Численные методы*

№	*Наименование разделов, тем*	*Кол. час.*	*Дата*	*№ занятия*	*Вид занятия*	*Оборудование занятия*	*Самостоятельная работа студентов*	*Дом. задание*	*Прим./дополнит*
1	***Раздел 1. Приближенные числа и действия над ними***								
1.1	Знакомство с формами контроля по УД. Источники и классификация погрешностей результата численного решения задачи	2		1.	Теор №1	кабинет ИВТ	Работа над доп.литер	[2], с. 3-41	[1], стр.5-18 [11], стр.19-67
1.2	Формулы для вычисления погрешностей результатов арифметических действий над приближенными числами	2		2.	Теор №2	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Элементы теории погрешностей»	[2], с.41-49	[1], стр.5-18 [11], стр.19-67
2	***Раздел 2. Численные методы.***								
Тема 2.1 Приближенные решения алгебраических и трансцендентных уравнений.									
2.1.1	Постановка задачи локализации корней.	2		3.	Теор №3	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по решению уравнений	[2], с.49-53	[1], стр. 141-147 [2], стр.77-87 [11], стр68-75.
2.1.3	Метод половинного деления	2		4.	Теор №4	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по решению уравнений	[2], с. 53-56	[1], стр. 141-147 [2], стр.77-87 [11], стр.75-79
2.1.4	Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом половинного деления	2		5.	Лаб. №1	полигон ВТ	Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами	[2], с. 53-56	[1], стр. 141-147 [2], стр.77-87 [11], стр.75-79
2.1.5	Метод хорд	2		6.	Теор №5	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по решению уравнений	[2], с. 71-73	[1], стр.20-55 [2], стр.77-87 [11], стр.95-96
2.1.6	Метод касательных.	2		7.	Теор №6	кабинет ИВТ	Разработка алгоритмов и программ для решения	[2], с. 66-71	[1], стр.55-65 [2], стр. 89-94

№	Наименование разделов, тем	Кол. час.	Дата	№ занятия	Вид занятия	Оборудование занятия	Самостоятельная работа студентов	Дом. задание	Прим./дополнит
							уравнений численными методами		[11], стр.91-95
2.1.7	Метод итераций	2		8.	Теор №7	кабинет ИВТ	Составление сводной таблицы «Численные методы решения уравнений»	[2], с. 56-65	[1], стр.55-65 [2], стр. 89-94 [11], стр.81-90
2.1.8	Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методами хорд и касательных	2		9.	Лаб. №2	полигон ВТ	Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами	[2], с. 66-73	[1], стр.20-55 [2], стр.77-87 [11], стр.95-96
Тема 2.2. Решение систем линейных алгебраических уравнений									
2.2.1	Метод Гаусса.	2		10.	Теор №8	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение СЛАУ»	[2], с. 85-93	[1], стр.67-90 [2], стр.94-98 [4], стр.457-470 [11], стр.116-136
2.2.2	Вычисление определителей и обратных матриц методом Гаусса	2		11.	Теор№9	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение СЛАУ»	[2], с. 90-97	[1], стр.67-90 [2], стр.94-98 [4], стр.457-470 [11], стр.116-136
2.2.3	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.	2		12.	Лаб. №3	полигон ВТ	Разработка алгоритмов и программ для решения систем уравнений численными методами	[2], с. 85-97	[1], стр.55-65, 108-115 [2], стр.87-94 [3], стр. 65-77 [4], стр.419-446
2.2.4	Метод итераций решения СЛАУ	2		13.	Теор. №10	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение СЛАУ»	[2], с. 97-105	[1], стр.67-90 [2], стр. 94-98 [4], стр.457-470 [11],стр 146-156.
2.2.5	Метод Зейделя	2		14.	Теор №11	кабинет ИВТ	Составление сводной таблицы «Области применения методов решения СЛАУметодами Гаусса, итераций,	[2], с. 105-108	[1], стр.102-108 [4], стр.500-505 [11], стр.156-159

№	Наименование разделов, тем	Кол. час.	Дата	№ занятия	Вид занятия	Оборудование занятия	Самостоятельная работа студентов	Дом. задание	Прим./дополнит
							Зейделя»		
2.2.6	Решение систем линейных уравнений приближенными методами.	2		15.	Лаб. №4	полигон ВТ	Разработка алгоритмов и программ для решения систем уравнений численными методами	[2], с. 97-108	[1], стр.91-102 [2], стр.98-100 [3], стр. 77-83
Тема 2.3. Интерполирование и экстраполирование функций									
2.3.1	Интерполяционный многочлен Лагранжа.	2		16.	Теор №12	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Интерполирование функций»	[2], с. 118-127	[1], стр.91-102 [3], стр. 83-90 193-204
2.3.2	Составление интерполяционных формул Лагранжа.	2		17.	Лаб. №5	полигон ВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Интерполирование функций»		
2.3.3	Интерполяционные формулы Ньютона.	2		18.	Теор №13	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Интерполирование функций»	[2], с. 127-132	[1], стр.115-121 [3], стр. 90-104 [11], стр.204-208
2.3.4	Составление интерполяционных формул Ньютона	2		19.	Лаб. №6	полигон ВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Интерполирование функций»	[2], с. 132-136	[1], стр. 121-127 [2], стр.101-112 [3], стр. 104-117
2.3.5	Интерполирование сплайнами	2		20.	Теор №14	кабинет ИВТ		[2], с. 132-136	[1], стр. 121-127 [2], стр.101-112 [3], стр. 104-117
2.3.6	Нахождение интерполяционных многочленов сплайнами	2		21.	Лаб. №7	полигон ВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Интерполирование	[2], с. 132-136	[1], стр. 121-127 [2], стр.101-112 [3], стр. 104-117

№	Наименование разделов, тем	Кол. час.	Дата	№ занятия	Вид занятия	Оборудование занятия	Самостоятельная работа студентов	Дом. задание	Прим./дополнит
							функций»		
2.3.7	Дифференцированный зачет	2		22.	ДЗ	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений ДЗ		
Итого за семестр 44ч, в т.ч. теор 28ч, лабор. 14 ч.									
Тема 2.4. Численное интегрирование									
2.4.1	Формулы Ньютона – Котеса: метод прямоугольников.	2			Теор №15	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Численное интегрирование»	[2], с. 152-155	[1], стр.127-140 [2], стр.270-336 [3], стр. 163-171
2.4.2	Формулы Ньютона – Котеса: метод трапеций	2			Теор №16	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Численное интегрирование»	[2], с. 155-158	[1], стр.127-140 [2], стр.270-336 [3], стр. 163-171
2.4.3	Формулы Ньютона – Котеса: метод парабол			23.	Теор №17	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Численное интегрирование»	[2], с. 155-158	[1], стр.127-140 [2], стр.270-336 [3], стр. 163-171
2.4.4	Вычисление интегралов методом прямоугольников				Лаб. №8	полигон ВТ	Разработка алгоритмов и программ для численного интегрирования	[2], с. 172-177	[1], стр.314-326 [3], стр. 140-146
2.4.5	Вычисление интегралов методом трапеций и парабол				Лаб. №9	полигон ВТ	Разработка алгоритмов и программ для численного интегрирования	[2], с. 172-177	[1], стр.314-326 [3], стр. 140-146
2.4.6	Интегрирование с помощью формул Гаусса.	2		24.	Теор №18	кабинет ИВТ	Составление сводной таблицы «Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса»	[2], с. 167-172	[1], стр. 314-326 [2], стр. 210-269 [3], стр. 140-146

№	Наименование разделов, тем	Кол. час.	Дата	№ занятия	Вид занятия	Оборудование занятия	Самостоятельная работа студентов	Дом. задание	Прим../дополнит
Тема 2.5.Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.									
2.5.1	Метод Эйлера. Уточненная схема Эйлера	2		25.	Теор №19	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение дифференциальных уравнений»	[2], с. 177-182	[1], стр.125-127 [2], стр.363-381
2.5.2	Нахождение решений обыкновенных дифференциальных уравнений при помощи формул Эйлера.	2		26.	Лаб №10	полигон ВТ	Разработка алгоритмов и программ для решения дифференциальных уравнений численными методами	[2], с. 189-194	[1], стр.189-231 [2], стр.337-354
2.5.3	Метод Рунге-Кутта	2		27.	Теор №20	кабинет ИВТ	Составление сводной таблицы «Области применения методов Эйлера, Рунге-Кутта для решения обыкновенных диф.уравнений»	[2], с. 184-189	[1], стр.125-127 [2], стр.363-381
Тема 2.6. Численное решение задач оптимизации.									
2.6.1	Методы оптимизации функции.	2			Теор №21	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Задачи оптимизации»	[2], с. 195-204	[1], стр. 326-336 [2], стр. 138-162 [3], стр. 147-154
2.6.2	Метод покоординатного спуска.	2			Теор №22	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Задачи оптимизации»	[2], с. 204-208	[1], стр. 336-347,125-127
2.6.3	Метод наискорейшего спуска	2		28.	Теор №23	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Задачи оптимизации»	[2], с. 208-212	[2], стр. .112-182, 182-209,363-381

№	Наименование разделов, тем	Кол. час.	Дата	№ занятия	Вид занятия	Оборудование занятия	Самостоятельная работа студентов	Дом. задание	Прим../дополнит
2.6.4	Нахождение экстремумов функций одной переменной приближенными методами.	2		29.	Теор №24	кабинет ИВТ	Составление сводной таблицы «Методы минимизации функции одной переменной»; «Многомерные методы оптимизации»	[2], с. 212-220	[1], стр.189-231 [2], стр.337-354
2.6.5	Нахождение экстремумов функций двух переменных приближенными методами.	2		30.	Теор №25	кабинет ИВТ	Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Задачи оптимизации»	Подготовка к экзамену	

Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)	***70***
в том числе:	
лабораторные занятия	*20*
практические занятия	-
контрольные работы	-

РАЗДЕЛ 3. ЛЕКЦИОННЫЙ МАТЕРИАЛ

План-конспект занятия №1

Знакомство с формами контроля по УД. Источники и классификация погрешностей результата численного решения задачи

Цель занятия: познакомить с предметом изучения дисциплины
Вид занятия: теоретическое занятие
Задачи:
Учебные: 1) Знакомство с видами контроля по УД
2)разъяснить основные задачи и области применения ЧМ;
3) дать основные понятие теории погрешностей;
4) научить решать задачи на расчет погрешностей;
Развивающие:
1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти
Воспитательные:
1) воспитание аккуратности и внимательности

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1
Самостоятельная работа студента: Работа над дополнительной литературой
Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

<u>Ход занятия:</u>

1. Организационный момент — 1-3 мин
   (взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)
2. Объяснение нового материала — 60 мин
   а) Введение в дисциплину,
   б) Элементы теории погрешностей
3. Закрепление материала — 20 мин
   (решение задач)
4. Подведение итогов занятия. — 1-3 мин
5. Домашнее задание: — 1-3мин
   а) выучить конспект. [2], с. 3-41
   б) решить задачи

Источники и классификация погрешностей результата численного решения задачи

Приближенным числом или приближением называется число, незначительно отличающееся от точного значения величины и заменяющее его в вычислениях. Под погрешностью же принято понимать разность между абсолютным значением и его приближением.

Для правильного понимания подходов и критериев, используемых при решении прикладной задачи с применением ЭВМ, важно понимать, что получить точное значение решения практически невозможно. Получаемое на ЭВМ решение почти всегда (за исключением некоторых весьма специальных случаев) содержит погрешность, т.е. является приближенным. Невозможность получения точного решения следует уже из ограниченной разрядности вычислительной машины.

Наличие погрешности обусловлено рядом весьма глубоких причин.

Математическая модель является лишь приближенным описанием реального процесса. Характеристики процесса, вычисленные в рамках принятой модели, заведомо отличаются от истинных характеристик, причем их погрешность зависит от степени адекватности модели реальному процессу.

Исходные данные, как правило, содержат погрешности, поскольку они либо получаются в результате экспериментов (измерений), либо являются результатом решения некоторых вспомогательных задач.

Применяемые для решения задачи методы в большинстве случаев являются приближенными. Найти решение возникающей на практике задачи в виде конечной формулы возможно только в отдельных, очень упрощенных ситуациях.

При вводе исходных данных в ЭВМ, выполнении арифметических операций и выводе результатов на печать производятся округления.

Полная погрешность $(\delta \text{у} = \text{у} - \text{у}*)$результата решения задачи на ЭВМ складывается из трех составляющих: неустранимой погрешности, погрешности метода и вычислительной погрешности: $(\delta \text{у} = \delta \text{ну} + \delta \text{му} + \delta \text{ву})$.

Появление неустранимой погрешности обусловлено тем, что принятие математической модели и задание исходных данных вносит в решение ошибку, которая не может быть устранена далее. Единственный способ уменьшить эту погрешность — перейти к более точной математической модели и задать более точные исходные данные.

Достоверная информация о порядке величины погрешности метода позволяет осознанно выбрать метод решения задачи и разумно задать его точность. Желательно, чтобы величина погрешности метода была в 2—10 раз меньше неустранимой погрешности. Большее значение ощутимо снижает точность результата, меньшее — обычно требует увеличения затрат, практически уже не влияя на значение полной погрешности.

Величина вычислительной погрешности (при фиксированных модели, входных данных и методе решения) в основном определяется характеристиками используемой ЭВМ. Желательно, чтобы эта величина была хотя бы на порядок меньше величины погрешности метода и совсем не желательна ситуация, когда она существенно ее превышает.

На рис. 1 и 2 показаны составляющие неустранимой и полной погрешности.

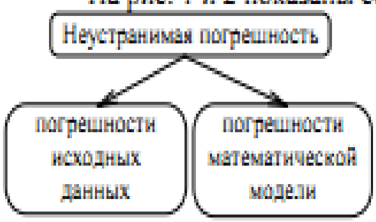


Рис. 1.

Рис. 2.

Абсолютная и относительная погрешности

Пусть имеется некоторая числовая величина, и числовое значение, которое ей присвоено (a), считается точным, тогда под *погрешностью приближенного значения числовой величины* (*ошибкой*) $(\Delta\ \text{a})$понимают разность между точным и приближенным значением числовой величины:

$$\text{a}^* - \text{a} = \Delta\ \text{a}$$

Погрешность может принимать как положительное так и отрицательное значение. Величина (a^*)называется *известным приближением* к точному значению числовой величины - любое число, которое используется вместо точного значения. Простейшей количественной мерой ошибки является абсолютная погрешность.

Абсолютной погрешностью приближенного значения (a^*)называют величину $\Delta\ (\text{a}^*)$, про которую известно, что:

$$|\ \text{a}^* - \text{a}\ | \le \Delta\ (\text{a}^*).$$

Качество приближения существенным образом зависит от принятых единиц измерения и масштабов величин, поэтому целесообразно соотнести погрешность величины и ее значение, для чего вводится понятие относительной погрешности.

Относительной погрешностью приближенного значения называют величину $\delta(\text{a}^*)$, про которую известно, что:

$$\left|\frac{\text{a}^* - \text{a}}{\text{a}^*}\right| = \frac{\Delta\ (\text{a}^*)}{|\text{a}|} = \delta(\text{a}^*).$$

Относительную погрешность часто выражают в процентах. Использование относительных погрешностей удобно, в частности, тем, что они не зависят от масштабов величин и единиц измерения.

Так как точное значение обычно неизвестно, то непосредственное вычисление величин абсолютной и относительной погрешностей по предложенным формулам невозможно. Более реальная и часто поддающаяся решению задача состоит в получении оценок погрешности вида:

$$|a - a^*| \le \bar{\Delta}(a^*)$$
$$\left|\frac{a - a^*}{a}\right| \le \bar{\delta}(a^*) \qquad (*)$$

где $\bar{\Delta}(a^*)$ и $\bar{\delta}(a^*)$— известные величины, которые называют *верхними границами (или просто границами) абсолютной и относительной погрешностей*.

Если величина $\bar{\Delta}(a^*)$ известна, то неравенство (*) будет выполнено, если положить

$$\bar{\delta}(a^*) = \frac{\bar{\Delta}(a^*)}{|a|}$$

Точно так же если величина $\bar{\delta}(a^*)$ известна, то следует положить:

$$\bar{\Delta}(a^*) = |a|\,\bar{\delta}(a^*)$$

Но поскольку точное значение a неизвестно, на практике используют приближенные равенства вида:

$$\bar{\delta}(a^*) \approx \frac{\bar{\Delta}(a^*)}{|a^*|}$$
$$\bar{\Delta}(a^*) \approx |a^*|\,\bar{\delta}(a^*)$$

В литературе широко используется термин "точность". *Точное значение величины* — это значение, не содержащее погрешности. Повышение точности воспринимается как уменьшение погрешности. Часто используемая фраза "требуется найти решение с заданной точностью ϵ" означает, что ставится задача о нахождении приближенного решения, принятая мера погрешности которого не превышает заданной величины ϵ. Вообще говоря, следовало бы говорить об абсолютной точности и относительной точности, но часто этого не делают, считая, что из контекста ясно, как измеряется величина погрешности.

План-конспект занятия №2

Формулы для вычисления погрешностей результатов арифметических действий над приближенными числами

Цель занятия: познакомить с методами решения задач на вычисление погрешности результата
Вид занятия: теоретическое занятие
Задачи:
Учебные: 1) ознакомить с формулами вычисления погрешностей;
2) научить решать задачи на вычисление погрешностей.
Развивающие:
3) развитие логического мышления;
4) развитие памяти
Воспитательные:
1) воспитание аккуратности и внимательности
Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1
Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Элементы теории погрешностей» (ОК 2.1.1)
Межпредметные связи: Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

<u>Ход занятия:</u>

1. Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Объяснение нового материала

60 мин

а) Формулы для вычисления погрешностей арифметических действий

3. Закрепление материала

20 мин

(решение задач)

4. Подведение итогов занятия.

1-3 мин

5. Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект. [2], с.41-49

б) решить задачи №№ **5, 6** (в,д), **8**

Погрешности арифметических действий

Если f(x, y) = x + y, то $\Delta x + y = \Delta x + \Delta y$.

Если f(x, y) = x - y, то $\Delta x - y = \Delta x + \Delta y$.

Если f(x, y) = x · y, то $\Delta xy = \left|\bar{x}\right| \cdot \Delta_y + \left|\bar{y}\right| \cdot \Delta_x$.

Если f(x, y) = $\frac{x}{y}$, то $\boldsymbol{\Delta}_{\frac{x}{y}} = \frac{\left|\bar{y}\right| \cdot \boldsymbol{\Delta}_x + \left|\bar{x}\right| \cdot \boldsymbol{\Delta}_y}{\bar{y}^2}$.

Из формул для абсолютных погрешностей суммы, разности, произведения и частного выводятся формулы для соответствующих относительных погрешностей.

$$\delta_{x+y} = \frac{\Delta_{x+y}}{\left|\bar{x}+\bar{y}\right|} = \frac{\Delta_x + \Delta_y}{\left|\bar{x}+\bar{y}\right|} = \frac{\Delta_x}{\left|\bar{x}+\bar{y}\right|} + \frac{\Delta_y}{\left|\bar{x}+\bar{y}\right|} = \frac{\left|\bar{x}\right| \cdot \Delta_x}{\left|\bar{x}+\bar{y}\right| \cdot \left|\bar{x}\right|} + \frac{\left|\bar{y}\right| \cdot \Delta_y}{\left|\bar{x}+\bar{y}\right| \cdot \left|\bar{y}\right|} = = \frac{\left|\bar{x}\right|}{\left|\bar{x}+\bar{y}\right|}\delta_x + \frac{\left|\bar{y}\right|}{\left|\bar{x}+\bar{y}\right|}\delta_y$$

$$\delta_{x-y} = \frac{\Delta_{x-y}}{\left|\bar{x}-\bar{y}\right|} = \frac{\Delta_x + \Delta_y}{\left|\bar{x}-\bar{y}\right|} = \frac{\Delta_x}{\left|\bar{x}-\bar{y}\right|} + \frac{\Delta_y}{\left|\bar{x}-\bar{y}\right|} = \frac{\left|\bar{x}\right| \cdot \Delta_x}{\left|\bar{x}-\bar{y}\right| \cdot \left|\bar{x}\right|} + \frac{\left|\bar{y}\right| \cdot \Delta_y}{\left|\bar{x}-\bar{y}\right| \cdot \left|\bar{y}\right|} == \frac{\left|\bar{x}\right|}{\left|\bar{x}-\bar{y}\right|}\delta_x + \frac{\left|\bar{y}\right|}{\left|\bar{x}-\bar{y}\right|}\delta_y$$

$$\delta_{xy} = \frac{\left|\bar{y}\right| \cdot \Delta_x + \left|\bar{x}\right| \cdot \Delta_y}{\left|\bar{x}\right| \cdot \left|\bar{y}\right|}(почленно\_разделим) = \frac{\Delta_x}{\left|\bar{x}\right|} + \frac{\Delta_y}{\left|\bar{y}\right|} = \delta_x + \delta_y \quad \delta_{\frac{x}{y}} = \frac{\left|\bar{y}\right| \cdot \Delta_x + \left|\bar{x}\right| \cdot \Delta_y}{\bar{y}^2 \cdot \left|\frac{\bar{x}}{\bar{y}}\right|} = \frac{\Delta_x}{\left|\bar{x}\right|} + \frac{\Delta_y}{\left|\bar{y}\right|} = \delta_x + \delta_y$$

Если f(x) = x n , то $\Delta xn = n \cdot \left|\bar{x}^{n-1}\right| \Delta_x$.

Если $f(x) = \sqrt[n]{x}$, то $\Delta_{\sqrt[n]{x}} = \frac{1}{n \cdot \left|\sqrt[n]{\bar{x}^{n-1}}\right|}\Delta_x$. $\delta xn = n \cdot \delta x$. $\delta_{\sqrt[n]{x}} = \frac{1}{n}\delta_x$.

План-конспект занятия №3

Тема: Постановка задачи локализации корней

Цель занятия: познакомить с задачей локализации корней как первым этапом решения численных задач отыскания корней уравнения

Вид занятия: теоретическое занятие

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные этапы решения уравнений с одной переменной

2) научить решать задачи локализации корней уравнения;

Развивающие:

1) развитие логического мышления;

2) развитие памяти

Воспитательные:

1. воспитание аккуратности и внимательности

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по решению уравнений (ОК 2.1.1)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Поверка усвоения пройденного материала:

10-15 мин

а) самостоятельная работа в тетрадях для дом. работ

б) проверка Д.З. (собрать тетради)

Задачи самостоятельной работы (2 варианта):

1. Определить
   a) число верных знаков приближенного числа, если известна абсо погрешность;
   b) число верных десятичных знаков приближенного числа, если и абсолютная погрешность;
   c) абсолютную погрешность числа, если известно число верных знаков;
   d) абсолютную погрешность, если известна относительная;
   e) относительную погрешность, если известна абсолютная;
   f) абсолютную погрешность функции, если известны абсолютные погре аргументов: $A_x = 0.5 \cdot 10^{-3}$, $A_y = 0.5 \cdot 10^{-2}$

Вариант	Исходные данные	Вариант	Исходные данные
1.	a) $x=1{,}109$, $A_x=0{,}1\cdot10^{-2}$; b) $x=0{,}01111$, $A_x=0{,}5\cdot10^{-3}$; c) $x=1{,}72911$, $m=3$; d) $x=0{,}3771$, $\delta_x=1\%$; e) $x=32{,}11511$, $A_x=0{,}11\cdot10^{-2}$;	2.	a) $x=1{,}609$, $A_x=0{,}1\cdot10^{-2}$; b) $x=0{,}06666$, $A_x=0{,}5\cdot10^{-3}$; c) $x=1{,}72916$, $m=3$; d) $x=0{,}377766$, $\delta_x=0{,}5\%$; e) $x=32{,}61516$, $A_x=0{,}11\cdot10^{-2}$;

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

40-45 мин

4. Закрепление материала

20-25 мин

(решение задач)

6. Подведение итогов занятия.

1-3 мин

7. Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект[2], с.49-53.

б) решить задачи

Постановка задачи локализации корней

Для большинства уравнений вида $f(x) = 0$ (1), где $f(x)$ - нелинейная функция одной переменной, не существует аналитических выражений (формул) для вычисления их корней. Поэтому приходится применять различные численные методы для отыскания корней уравнения $f(x) = 0$.

Задача нахождения корней уравнения (1) обычно состоит из двух этапов:

1.отделение корня, т.е. установление промежутка, в котором находится корень, причём единственный.

2.уточнение корня, т.е. вычисление приближённого значения корня с заданной точностью.

Для существования корня уравнения (1) на замкнутом промежутке достаточно, чтобы выполнялись условия теоремы Больцано-Коши.

Теорема Больцано-Коши: если функция f(x) определена и непрерывна на замкнутом промежутке [a; b] и на концах его принимает значение разных знаков, $f(a) \cdot f(b) < 0$, то между a и b найдётся по крайней мере один корень функции f(x), т.е. найдётся точка c, $a < c < b$, для $f(c) = 0$.

Для единственности корня функции на замкнутом промежутке, если он существует, достаточно, чтобы функция f(x) была монотонной, т.е. $f'(x)$ сохраняет свой знак на промежутке. Отделение корня можно произвести графически или аналитически. Таким образом, на 1 этапе нужно найти такой промежуток [a; b], чтобы $f(a) \cdot f(b) < 0$ и $f'(x)$ сохраняла свой знак на [a; b].

Первый способ отделения корней – **графический**. Исходя из уравнения (1), можно построить график функции $y = f(x)$. Тогда точка пересечения графика с осью абсцисс является приближённым значением корня. Если функция $y = f(x)$ имеет сложный вид, то её можно представить в виде разности двух функций $f(x) = \varphi_1(x) - \varphi_2(x)$. Так как $f(x) = 0$,то выполняется равенство $\varphi_1(x) = \varphi_2(x)$. Построим два графика $y_1 = \varphi_1(x)$, $y_2 = \varphi_2(x)$. Значение α − приближённое значение корня − является абсциссой точки пересечения двух графиков

План-конспект занятия №4

Тема: Метод половинного деления

Тип занятия: теоретическое занятие.

Цель занятия: ознакомить с методом половинного деления уточнения корней уравнения

Учебные:1) объяснить принцип метода половинного деления

2) проверить усвоение материала

Развивающие:

1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти

Воспитательные:

1) воспитание самостоятельности при решении задач

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.1.

Самостоятельная работа студента:

Выполнение упражнений на закрепление материала по решению уравнений (ОК 2.1.1)

Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами (ОК 3.1.1)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

<u>Ход занятия:</u>

1. Оргмомент (взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

1-3 мин

2. Повторение пройденного материала (проверка Д.З. у доски с четким проговариванием определений и обоснованием решения)

10-15 мин

3. Закрепление материала (решение задач)

60-65 мин

4. Подведение итогов занятия и выставление оценок за работу на уроке.

3-5 мин

5. Домашнее задание:

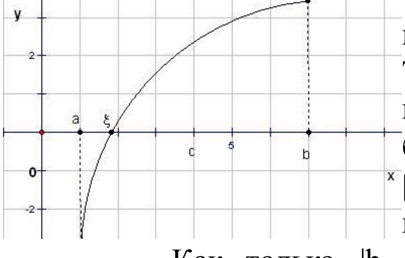
а) выучить конспект [2], с53-56.

б) решить задачи

1-3 мин

Метод половинного деления (метод дихотомии).

Пусть на отрезке [a; b] имеется только один корень уравнения (1). Найдем середину отрезка $c = \frac{a+b}{2}$. Если $f(c) = 0$, то корень найден. В противном случае из двух отрезков [a; c] и [c; b] выбираем тот, в котором содержится корень.



С выбранным промежутком делаем то же, что с исходным и т.д. Тогда, либо через конечное число делений отрезка пополам найдём точное значение корня, либо построим бесконечную последовательность вложенных отрезков: $[a; b] \supset [a_1; b_1] \supset \ldots \supset [a_n; b_n]$, длины которых стремятся к нулю.

Как только $|b_n - a_n| < E$, где E - заданная точность, то в качестве приближённого значения корня можно взять середину этого отрезка: $\xi = \frac{a_n + b_n}{2}$.

План-конспект занятия №5

Тема: Метод хорд

Цель занятия: познакомить с идеей метода хорд уточнения корней уравнения.
Вид занятия: теоретическое занятие
Задачи:
Учебные: 1) ознакомить с методом хорд
2) научить решать задачи на уточнение корней методом хорд;
Развивающие:
1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти
Воспитательные:
1) воспитание аккуратности и внимательности
Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1; ОК 3.1.1
Самостоятельная работа студента:
Выполнение упражнений на закрепление материала по решению уравнений (ОК 2.1.1)
Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами (ОК 3.1.1)
Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

1. Проверка усвоения пройденного материала:

10-15 мин

а) самостоятельная работа в тетрадях для дом. работ
б) проверка Д.З. (собрать тетради)

2. Объяснение нового материала (см. лекцию)

40-45 мин

3. Закрепление материала

20-25 мин

(решение задач №№ **20, 21, 22**, // **23**, **26**)

4. Подведение итогов занятия.

1-3 мин

5. Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект [2], с. 71-73.
б) решить задачи

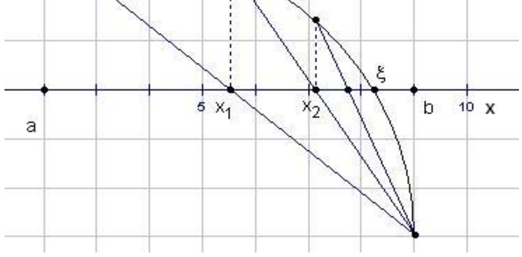
Метод хорд

Пусть на отрезке [a; b] имеется единственный корень, т.е. $f(a) \cdot f(b) < 0$; $f'(x)$ сохраняет свой знак на [a; b]; $f''(x)$ сохраняет свой знак на [a; b].

Заменим дугу кривой $y = f(x)$ на отрезке [a; b] хордой, проходящей через точки $(a; f(a))$ и $(b; f(b))$. Абсцисса точки пересечения хорды с осью Ох есть приближение к корню уравнения (1). Обозначим её через x_1.

Корень уравнения (1) будет находиться между x_1 и одним из концов отрезка [a; b] в зависимости от свойств функции.

Выбрав часть отрезка, содержащую корень, осуществим такое же построение, и получим точку x_2, и т.д. В результате получим последовательность приближённых значений, монотонно сходящуюся к точному значению корня.



Если $f'(x) \cdot f''(x) > 0$ для любого $x \in [a; b]$, то для вычисления $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots$ используются следующие формулы:

$$\begin{cases} x_n = x_{n-1} - \dfrac{f(x_{n-1})}{f(b) - f(x_{n-1})} \cdot (b - x_{n-1}), n = 1,2,\ldots \\ x_0 = a \end{cases}$$

Если $f'(x) \cdot f''(x) < 0$ для любого $x \in [a; b]$, то для вычисления $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots$ используются следующие формулы:

$$\begin{cases} x_n = a - \dfrac{f(a)}{f(x_{n-1}) - f(a)} \cdot (x_{n-1} - a), n = 1,2,\ldots \\ x_0 = b \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x_n = x_{n-1} - \dfrac{f(x_{n-1})}{f(a) - f(x_{n-1})} \cdot (a - x_{n-1}), n = 1,2,\ldots \\ x_0 = b \end{cases}$$

Заканчиваем процесс уточнения корня, когда расстояние между очередными приближениями x_n и x_{n-1} станет меньше заданной погрешности E: $|x_n - x_{n-1}| < E$ или когда значение функции $|f(x_n)| < E$.

План-конспект занятия №6

Тема: Метод касательных

Цель занятия: познакомить с идеей метода касательных уточнения корней уравнения.
Вид занятия: теоретическое занятие
Задачи:
Учебные: 1) ознакомить с методом хорд
2) научить решать задачи на уточнение корней методом касательных;
Развивающие:
3) развитие логического мышления;
4) развитие памяти
Воспитательные:
1) воспитание аккуратности и внимательности
Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1; ОК 3.1.1
Самостоятельная работа студента:
Выполнение упражнений на закрепление материала по решению уравнений (ОК 2.1.1)
Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами (ОК 3.1.1)
Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

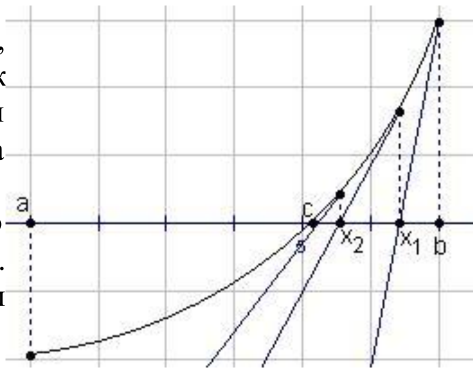
Ход занятия:

1. Оргмомент (взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)
1-3 мин
2. Повторение пройденного материала (проверка Д.З. у доски с четким проговариванием определений и обоснованием решения)
10-15 мин
3. Закрепление материала (решение задач)
60-65 мин
4. Подведение итогов занятия и выставление оценок за работу на уроке.
3-5 мин
5. Домашнее задание:
а) выучить конспект[2], с. 66-71.
б) решить задачи
1-3 мин

Метод касательных (метод Ньютона)

Пусть на отрезке [a; b]:

1. Уравнение $f(x) = 0$ имеет единственный корень, т.е. $f(a) \cdot f(b) < 0$;
2. $f'(x)$ и $f''(x)$ сохраняют свои знаки.



Заменим дугу кривой y = f (x) на [a; b] касательной, проведённой к графику функции y = f (x) в одной из точек (a; f (a)) и (b; f (b)). Эту точку следует выбирать так, чтобы точка пересечения касательной с осью Ox не вышла за пределы отрезка [a; b].

Абсцисса x1 точки пересечения касательной с осью Ox принимается за приближённое значение корня с. Выбрав часть отрезка, содержащую корень, осуществим такое же построение и получим точку x2 и т.д.

В результате получим последовательность приближённых значений {xn}, монотонно сходящуюся к точному значению корня с.

При этом корень уравнения f (x) = 0 находится между xi и одним из концов промежутка [a; b] в зависимости от свойств функции y = f (x).

Если f ' (x) · f " (x) > 0 для любого x $\in$ [a; b], то для вычисления x1, x2, ... , xi, ... используются следующие формулы: $\begin{cases} x_n = x_{n-1} - \dfrac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, \\ x_0 = b \end{cases}$

Если f ' (x) · f " (x) < 0 для любого x $\in$ [a; b], то для вычисления x1, x2, ... , xi, ... используются следующие формулы: $\begin{cases} x_n = x_{n-1} - \dfrac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, \\ x_0 = a \end{cases}$

Процесс уточнения корня заканчивается, когда выполняется условие |xn - xn-1| < E, где E - допустимая погрешность вычисления или когда |f (xn)| < E.

Комбинированный метод хорд и касательных

Соединяя метод хорд с методом касательных, получаем метод, на каждом шаге которого находим приближённые значения корня с по недостатку и по избытку: xn < c < $\overline{x_n}$, причем каждое значение xn и $\overline{x_n}$ стремится к с.

Если f ' (x) · f " (x) < 0 для любого x $\in$ [a; b], то для вычисления значений по недостатку и по избытку используются следующие формулы:

$$\begin{cases} x_n = x_{n-1} - \dfrac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, x_0 = a, \\ \overline{x_n} = \overline{x_{n-1}} - \dfrac{f(\overline{x_{n-1}})}{f(x_{n-1}) - f(\overline{x_{n-1}})} \cdot (x_{n-1} - \overline{x_{n-1}}), \overline{x_0} = b \end{cases}$$

Если f ' (x) · f " (x) > 0 для любого x $\in$ [a; b], то для вычисления значений по недостатку и по избытку используются следующие формулы:

$$\begin{cases} x_n = x_{n-1} - \dfrac{f(x_{n-1})}{f(\overline{x_{n-1}}) - f(x_{n-1})} \cdot (\overline{x_{n-1}} - x_{n-1}), x_0 = a, \\ \overline{x_n} = \overline{x_{n-1}} - \dfrac{f(\overline{x_{n-1}})}{f'(\overline{x_{n-1}})}, \overline{x_0} = b \end{cases}$$

Процесс уточнения корня заканчивается, когда выполняется условие $|\overline{x_n} - x_n| < E$, где E - допустимая погрешность вычисления. При этом в качестве приближённого значения корня принимается середина промежутка [xn, $\overline{x_n}$]: $c \approx \dfrac{x_n + \overline{x_n}}{2}$.

План-конспект занятия №7

Тема: Метод итераций

Цель занятия: познакомить с идеей метода итераций уточнения корней уравнения.

Вид занятия: теоретическое занятие

Задачи:

Учебные: 1) ознакомить с методом итераций

2) научить решать задачи на уточнение корней методом простых итераций;

Развивающие:

1) развитие логического мышления;

2) развитие памяти

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1; ОК 3.1.1, ОК 3.1.2.

Самостоятельная работа студента:

Выполнение упражнений на закрепление материала по решению уравнений (ОК 2.1.1)

Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами (ОК 3.1.1)

Составление сводной таблицы «Численные методы решения уравнений» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

<u>Ход занятия:</u>

1. Оргмомент (взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

   1-3 мин
2. Повторение пройденного материала (проверка Д.З. у доски с четким проговариванием определений и обоснованием решения)

   10-15 мин
3. Закрепление материала (решение задач)

   60-65 мин
4. Подведение итогов занятия и выставление оценок за работу на уроке.

   3-5 мин
5. Домашнее задание:

   а) выучить конспект[2], с. 66-71.

   б) решить задачи

   в) Составление сводной таблицы «Численные методы решения уравнений» (ОК 3.1.2)

   1-3 мин

Метод простой итерации

По функции f (x) строят функцию φ (x) такую, что уравнение x = φ(x) (2) эквивалентно уравнению f(x) = 0 (1). При этом корень c уравнения (1) является корнем уравнения (2).

Затем строят последовательность {xk} по формуле (3) xk = φ (xk-1), k = 1, 2, : начиная с некоторого приближения x0.

Сходимость последовательности {xk} обеспечивается выбором функции φ (x) и выбором начального значения x0. Выбирая различными способами функцию φ, будем получать различные итерационные методы.

Опишем один из способов получения уравнения (2):

$\boldsymbol{\varphi}(x) = x - \frac{f(x)}{k}, |k| = \frac{\max|f'(x)|}{p}$, где p - произвольное число. При этом число k имеет тот же знак, что и производная функции f на отрезке [a; b] и | φ ' (x)| $\le$ q < 1.

План-конспект занятия №8

<u>Тема: Метод Гаусса.</u>

Цель занятия: познакомить с идеей метода Гаусса решения СЛАУ.

Вид занятия: теоретическое занятие

Задачи:

Учебные: 1) ознакомить с методом Гаусса

2) научить решать задачи методом Гаусса;

Развивающие:

1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1; ОК 3.1.1

Самостоятельная работа студента:

Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение СЛАУ» (ОК 2.1.1)

Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами (ОК 3.1.1)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Проверка усвоения пройденного материала:

10-15 мин

а) самостоятельная работа в тетрадях для дом. работ

б) проверка Д.З. (собрать тетради)

Задачи самостоятельной работы:

Локализовать графически корни уравнений

И уточнить одним из изученных методов наибольший из них:

1 вариант.	2 вариант.
$e^x - x - i - 1 = 0$,.	$\ln x - x + i + 1 = 0$

где i - номер студента по списку в группе

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

40-45 мин

4. Закрепление материала (решение задач)

20-25 мин

5. Подведение итогов занятия.

1-3 мин

6. Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект [2], с. 85-93

б) решить задачи

Метод исключения Гаусса

(рассматривается решение систем уравнений данным методом и вычислений обратной матрицы с помощью метода Гаусса).

Метод исключения Гаусса относится к прямым методам решения систем линейных уравнений. Идея этого метода заключается в том, чтобы исходную систему линейных уравнений $A\vec{x} = \vec{b}$ (1) с произвольной матрицей *A* свести некоторыми эквивалентными преобразованиями к системе вида $\bar{A}\vec{x} = \vec{\beta}$ (2), где Ā - треугольная матрица.

Затем из последнего уравнения системы (2) находится x_n, из предыдущего - x_{n-1} и т.д.

Матрица называется верхнетреугольной, если ниже главной диагонали все элементы равны нулю, т.е. $a_{ij}=0$ при i>j. Аналогично, матрица называется нижнетреугольной, если все элементы выше главной диагонали (i<j) равны 0. Матрица называется диагональной, если только на главной диагонали (i=j) стоят ненулевые элементы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений состоит из двух этапов: прямого хода и обратного хода.

Прямой ход

Это основной этап решения системы уравнений с помощью метода Гаусса. Его суть состоит в приведении исходной расширенной матрицы системы к верхнетреугольной матрице с помощью эквивалентных преобразований (добавление к строке любой линейной комбинации других строк и перестановка строк, т.е. уравнений). Формулы прямого хода соответствуют последовательному выражению переменных из уравнений и подстановке их в последующие уравнения, т.е. их фактическому исключению из последующих уравнений системы. При этом шагом считается исключение одной переменной из всех последующих уравнений системы.

Рассмотрим k-ый шаг прямого хода. На k-ом шаге матрица системы имеет вид:

$$\begin{array}{llllll} (a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} & \dots & a_{1n} \mid b_1) \\ (0 & a_{22} & \dots & a_{2k} & \dots & a_{2n} \mid b_2) \\ (0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \quad) \\ (0 & 0 & \dots & a_{kk} & \dots & a_{kn} \mid b_k) \\ (0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \quad) \\ (0 & 0 & \dots & a_{nk} & \dots & a_{nn} \mid b_n) \end{array}$$

Осталось n-k+1 неизвестных. Чтобы удалить x(k) из последней строчки, например, надо из нее вычесть k-ую строчку с таким коэффициентом, чтобы получить на месте a_{nk} ноль. Для этого коэффициент должен быть равен $c_{nk}=a_{nk}/a_{kk}$. Элемент a_{kk} называется разрешающим элементом k-ого шага и должен быть отличен от 0.

Формулы прямого хода

$c_{mk}=a_{mk}/a_{kk}$ где $1<=k<n$

$b_m=b_m-c_{mk}b_k$, $k<m<=n$

$a_{ml}=a_{ml}-c_{mk}a_{kl}$, $k<=l<=n$

Обратный ход

Последовательное вычисление значения неизвестных x_n, x_{n-1},..., x_1 (именно в таком порядке) для полученной после прямого хода верхнетреугольной системы называется **обратным ходом**.

Формулы обратного хода.

$$\sum_{l=k}^{n} a_{kl}x_l = b_k \qquad \text{,откуда получаем:}\; x_k = \left(b_k - \sum_{l=k+1}^{n} a_{kl}x_l \right) / a_{kk}$$

для k=n,n-1,…,1.

План-конспект занятия №9

Тема: Вычисление определителей и обратных матриц методом Гаусса

Цель занятия: познакомить с идеей применения метода Гаусса к решения определителей и обратных матриц.

Вид занятия: теоретическое занятие

Задачи:

Учебные: 1) ознакомить с методом Гаусса и его применениями

2) научить решать задачи методом Гаусса;

Развивающие:

1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1; ОК 3.1.1

Самостоятельная работа студента:

Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение СЛАУ» (ОК 2.1.1)

Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами (ОК 3.1.1)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Закрепление материала

40-45 мин

(решение задач №№ **45, 47 (а)**)

1. Подведение итогов занятия.

1-3 мин

1) Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект [3], стр 62-70.
б) решить задачи №№ **46, 47 (б)**

Вычисление обратной матрицы с помощью метода Гаусса:

Пусть x_i - i-ый столбец искомой обратной матрицы, e_i - i-ый столбец единичной матрицы.

Т.к. $A \cdot A^{-1} = E$, то $A \cdot \overline{x_i} = \overline{e_i}$, при $i = 1, 2, :, n$. Задача нахождения обратной матрицы сводится к задаче решения n систем n линейных уравнений с одной и той же матрицей A, но с разными правыми частями.

Нахождение определителя матрицы.

Исходную матрицу приводят к верхнетреугольному виду методом Гаусса, следя при перестановке строк за сменой знака определителя. После приведения определитель будет равен произведению элементов главной диагонали.

Нахождение ранга матрицы.

При решении задачи нахождения ранга матрицы одним из самых эффективных методов также является применение общего метода Гаусса. Матрицу приводят описанным выше способом к ступенчатому виду, а затем просто подсчитывают количество ненулевых строк.

Определение совместности системы.

Поскольку совместность системы означает совпадение рангов матрицы А исходной системы и расширенной матрицы (А|В), то проще всего поступить аналогично предыдущему пункту. Берем расширенную матрицу и приводим к ступенчатому виду. Если есть строки с нулевой левой частью и ненулевым свободным членом, то система несовместна, если нет – совместна.

План-конспект занятия №10

Тема: Метод итераций решения СЛАУ

Цель занятия: познакомить с идеей применения метода итераций к решению СЛАУ.

Вид занятия: теоретическое занятие

Задачи:

Учебные: 1) ознакомить с методом итераций и его применениями

2) научить решать задачи методом итераций;

Развивающие:

1) развитие логического мышления;

2) развитие памяти

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1; ОК 3.1.1

Самостоятельная работа студента:

Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение СЛАУ» (ОК 2.1.1)

Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами (ОК 3.1.1)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Поверка усвоения пройденного материала:

10-15 мин

а) проверка Д.З. (решение у доски с комментариями)

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

40-45 мин

4. Закрепление материала

20-25 мин

(решение задач)

5. Подведение итогов занятия.

1-3 мин

6. Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект [2], с. 97-105.

б) решить задачи

Метод простой итерации

Пусть дана система линейных уравнений $A\vec{x} = \vec{b}$ (1),

где $A = \begin{pmatrix} a_{11}..a_{1n} \\ .... \\ a_{n1}..a_{nn} \end{pmatrix}, \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ ... \\ x_n \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ ... \\ b_n \end{pmatrix}$

Предполагая, что $a_{ii} \neq 0$ (i = 1, :,n) разрешим её относительно $x_1, x_2, :, x_n$:

$$\begin{cases} x_1 = \boldsymbol{\beta}_1 + t_{12}x_2 + ... + t_{1n}x_n, \\ x_2 = t_{21}x_1 + \boldsymbol{\beta}_2 + ... + t_{2n}x_n, \\ .... \\ x_n = t_{n1}x_1 + t_{n2}x_2 + ... + \boldsymbol{\beta}_n \end{cases}$$ (2),

где $\beta_i = b_i / a_{ii}$, $t_{ij} = -a_{ij} / a_{ii}$, при $i \neq j$, $t_{ii} = 0$ при $i = j$.

Систему (2) можно записать в виде $\vec{X} = T\vec{x} + \vec{\beta}$ (2').

Теорема. Если матрица Т удовлетворяет одному из условий: $\alpha_1 = \max\limits_{1 \le i \le n} \sum\limits_{j=1}^{n} |t_{ij}| < 1, \quad \alpha_2 = \max\limits_{1 \le j \le n} \sum\limits_{i=1}^{n} |t_{ij}| < 1, \quad \alpha_3{}^2 = \sum\limits_{i=1}^{n} \sum\limits_{j=1}^{n} t_{ij}{}^2 < 1$, то система уравнений (2) имеет единственное решение, которое может быть получено как предел последовательности, построенной по формулам $\overline{x^{(k)}} = T\overline{x^{(k-1)}} + \vec{\beta}$, $k = 1, 2, :$, начиная с произвольного $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, :, x_n^{(0)})$.

Процесс уточнения корня заканчивается, когда выполняется условие $| x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)} | < E$, $i = 1, :, n$, где E - допустимая погрешность вычисления. При этом $x^{(k)} = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, :, x_n^{(k)})$ - решение системы (1).

План-конспект занятия №11

Тема: Метод Зейделя

Цель занятия: познакомить с идеей применения метода Зейделя к решению СЛАУ

Вид занятия: теоретическое занятие

Задачи:

Учебные: 1) ознакомить с методом Зейделя и его применениями

2) научить решать задачи методом Зейделя;

Развивающие:

1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти

Воспитательные:

2) воспитание аккуратности и внимательности

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1; ОК 3.1.1 , ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента:

Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение СЛАУ» (ОК 2.1.1)

Разработка алгоритмов и программ для решения уравнений численными методами (ОК 3.1.1)

Составление сводной таблицы «Области применения методов решения системы линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, итераций, Зейделя» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1. Оргмомент (взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

1-3 мин

2. Повторение пройденного материала (проверка Д.З. у доски с четким проговариванием определений и обоснованием решения)
3. Объяснение нового материала

50-60 мин

4. Закрепление материала (решение задач)

10-15 мин

5. Подведение итогов занятия и выставление оценок за работу на уроке.

5-7 мин

6. Домашнее задание: Составление сводной таблицы «Области применения методов решения системы линейных алгебраических уравнений методами Гаусса, итераций, Зейделя»

3-5 мин

Метод Зейделя

Пусть дана система линейных уравнений (1). Сведём систему (1) к системе (2). Зададим некоторые начальные приближения неизвестных $x_1^{(0)} = \beta_1$, $x_2^{(0)} = \beta_2$, :, $x_n^{(0)} = \beta_n$.

Подставим их в правые части системы и вычислим новые приближения, при этом будем использовать приближения к решениям, найденные при выполнении текущей итерации, т.е. $\begin{cases} x_1^{(1)} = \boldsymbol{\beta}_1 + t_{12}x_2^{(0)} + \ldots + t_{1n}x_n^{(0)}, \\ x_2^{(1)} = t_{21}x_1^{(1)} + \boldsymbol{\beta}_2 + \ldots + t_{2n}x_n^{(0)}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n^{(1)} = t_{n1}x_1^{(1)} + t_{n2}x_2^{(1)} + \ldots + \boldsymbol{\beta}_n \end{cases}$

Аналогичным образом проводим вторую итерацию и т.д.

Процесс уточнения корня заканчивается, когда выполняется условие $|x_1^{(k)} - x_1^{(k-1)}| < E$, k = 1, :, n, где E - допустимая погрешность вычисления.

Замечание: при решении системы линейных уравнений методом Зейделя итерационный процесс будет сходящимся лишь в случае, если для каждого уравнения выполняется условие $|a_{ii}| \geq \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$, i = 1, :, n, однако в сумму не входит слагаемое a_{ij} с равными i и j. При этом хотя бы одно неравенство должно выполняться строго. Это условие является достаточным условием сходимости метода Зейделя.

План-конспект занятия №12

Тема : Интерполяционный многочлен Лагранжа

Вид занятия: теоретическое занятие

Цель занятия: познакомить с основными методами интерполяции функций

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с интерполированием и экстраполированием функций

2) научить решать задачи интерполирования

3) закрепить знание формул интерполирования

Развивающие:

1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти
3) Моделирование вероятностной задачи для ДСВ

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности
2) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Интерполирование функций» (ОК 2.1.1)
Составление сводной таблицы «Суть методов интерполяции и экстраполяции функций с использованием многочлена Лагранжа и формулы Ньютона» (ОК 3.1.2)
Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент 1-3 мин
(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)
2. Проверка усвоения пройденного материала: 10-15 мин
а) проверка Д.З. (решение у доски с комментариями)
3. Объяснение нового материала (см. лекцию) 40-45 мин
4. Закрепление материала (решение задач) 20-25 мин
5. Подведение итогов занятия. 1-3 мин
6. Домашнее задание: 1-3мин
а) выучить конспект. [2], с. 118-127
б) решить задачи

Основные понятия интерполяции, задача, приводящая к приближению функции

Интерполяция (от лат. interpolation - изменение, переделка) - в математике и статистике, отыскание промежуточных значений величины по некоторым известным её значениям

Задача, приводящая к приближению функции, заключается в следующем. Известны значения функции $f(x)$ в точках x_1, x_2, :, x_n; требуется восстановить её значения при других x.

Интерполяционный полином, передающий свойства функции $f(x)$ будем строить в виде:

$P_n(x) = c_1\varphi_1(x) + c_2\varphi_2(x) + : + c_n\varphi_n(x)$, где $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, :, $\varphi_n(x)$ - класс линейно-независимых функций, при этом $P_n(x_i) = f(x_i)$, $i = 1, 2, :, n$.

Таким образом, $P_n(x) \approx f(x)$.

Точки x_1, x_2, :, x_n называются узлами интерполяции.

Интерполяционный многочлен Лагранжа

Пусть известны значения функции $f(x)$ в $(n+1)$ точке x_0, x_1, :, x_n. Тогда многочлен Лагранжа, передающий свойства функции $f(x)$, можно записать так:

$$L_n(x) = \sum_{j=0}^{n} f(x_j)\frac{(x-x_0)\cdot\ldots\cdot(x-x_{j-1})(x-x_{j+1})\cdot\ldots\cdot(x-x_n)}{(x_j-x_0)\cdot\ldots\cdot(x_j-x_{j-1})(x_j-x_{j+1})\cdot\ldots\cdot(x_j-x_n)} = \sum_{j=0}^{n} f(x_j)\prod_{\substack{i=0\\ i\neq j}}^{n}\frac{x-x_i}{x_j-x_i}$$

План-конспект занятия №13

***Тема:* Интерполяционные формулы Ньютона**

Вид занятия: теоретическое занятие
Цель занятия: познакомить с основными методами интерполяции функций
Задачи:
Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с интерполированием и экстраполированием функций
2) научить решать задачи интерполирования
3) закрепить знание формул интерполирования
Развивающие:
1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти

3) Моделирование вероятностной задачи для ДСВ

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности
2) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Интерполирование функций» (ОК 2.1.1)

Составление сводной таблицы «Суть методов интерполяции и экстраполяции функций с использованием многочлена Лагранжа и формулы Ньютона» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент 1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Проверка усвоения пройденного материала: 10-15 мин

а) проверка Д.З. (решение у доски с комментариями)

3. Объяснение нового материала (см. лекцию) 40-45 мин

4. Закрепление материала решение задач) 20-25 ин

5. Подведение итогов занятия. 1-3 мин

6. Домашнее задание: 1-3мин

а) выучить конспект [2], с. 127-132.

б) решить задачи

Интерполяционные формулы Ньютона

Первая интерполяционная формула Ньютона

Пусть $y_i = f(x_i)$, $x_i = x_0 + ih$, $i = 1, 2, :, n$.

Нужно построить $P_n(x)$, удовлетворяющий двум условиям:

1. Степень полинома не должна превышать n.
2. $P_n(x_i) = y_i$.

Формула $P_n(x)$ для первой интерполяционной формулы Ньютона имеет вид:

$$P_n(x) = y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \ldots + \frac{q(q-1)\cdot\ldots\cdot(q-n+1)}{n!}\Delta^n y_0,$$

где $q = (x - x_0)/h$.

Первая интерполяционная формула Ньютона применяется тогда, когда x находится вначале таблицы. Тогда в качестве x_0 следует брать ближайшее слева к заданному x табличное значение.

Вторая интерполяционная формула Ньютона

Когда значение аргумента находится ближе к концу отрезка интерполяции, применять первую интерполяционную формулу становится невыгодно.

Для этого применяется вторая интерполяционная формула Ньютона:

$$P_n(x) = y_n + q\Delta y_{n-1} + \frac{q(q+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \ldots + \frac{q(q+1)\cdot\ldots\cdot(q+n-1)}{n!}\Delta^n y_0$$

, где $q = (x - x_n)/h$.

Здесь в качестве x_n следует брать ближайшее справа к заданному x табличное значение.

Оценка погрешностей первой и второй интерполяционных формул Ньютона

Используя подстановки $q = (x - x_0)/h$ и $q = (x - x_n)/h$ и заменяя соответствующим образом выражение для $\Pi_{n+1}(x)$ в формуле оценки погрешности интерполяционной формулы Лагранжа, получим формулы для оценки погрешности интерполирования по первой и второй интерполяционной формуле Ньютона соответственно:

$R_n(x) \leq \frac{h^{n+1}M_{n+1}}{(n+1)!} \cdot q(q-1)(q-2) \cdot \ldots \cdot (q-n)$, $R_n(x) \leq \frac{h^{n+1}M_{n+1}}{(n+1)!} \cdot q(q+1)(q+2) \cdot \ldots \cdot (q+n)$.

План-конспект №14

Тема : Интерполирование сплайнами

Вид занятия: теоретическое занятие

Цель занятия: познакомить с основными методами интерполяции функций

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с интерполированием и экстраполированием функций

2) научить решать задачи интерполирования

3) закрепить знание формул интерполирования

Развивающие:

4) развитие логического мышления;

5) развитие памяти

6) Моделирование вероятностной задачи для ДСВ

Воспитательные:

3) воспитание аккуратности и внимательности

4) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Интерполирование функций» (ОК 2.1.1)

Составление сводной таблицы «Суть методов интерполяции и экстраполяции функций с использованием многочлена Лагранжа и формулы Ньютона» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Проверка усвоения пройденного материала:

10-15 мин

а) проверка Д.З. (решение у доски с комментариями)

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

40-45 мин

4. Закрепление материала(решение задач)

20-25 мин

5.Подведение итогов занятия.

1-3 мин

Домашнее за6.дание:

1-3мин

а) выучить конспект [2], с. 132-136

б) решить задачи

в) Составить сводную таблицу «Суть методов интерполяции и экстраполяции функций с использованием многочлена Лагранжа и формулы Ньютона»

Интерполяция сплайнами

При большом количестве узлов интерполяции сильно возрастает степень интерполяционных многочленов, что делает их неудобными для вычислений.

В этом случае удобно пользоваться особым видом кусочно-полиномиальной интерполяции - интерполяции сплайнами.

Суть этого подхода заключается в следующем.

Определение. Пусть отрезок $[a, b]$ разбит точками на n частичных отрезков $[x_i , x_{i+1}]$, $i = 0, 1, :, n-1$. Сплайном порядка m называется функция $S_m (x)$, обладающая следующими свойствами:

1) Функция $S_m (x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ вместе со своими производными до некоторого порядка p.

2) На каждом отрезке $[x_i , x_{i+1}]$ функция совпадает с некоторым алгебраическим многочленом $P_{m,i} (x)$ степени m.

Разность $m - p$ между степенью сплайна и наивысшим порядком непрерывной на отрезке $[a, b]$ производной называют **дефектом сплайна**.

Будем рассматривать сплайны, дефект которых равен 1.

Наиболее широкое распространение получили кубические сплайны $S_3(x)$.

Итак, для осуществления интерполяции необходимо построить такой сплайн, что $S(x_i) = y_i$, $i = 0, 1, :, n$.

Согласно определению кубический сплайн можно представить в виде:

$$S_3(x) = \begin{cases} P_{3,1}(x), x \in [x_0, x_1] \\ P_{3,2}(x), x \in [x_1, x_2] \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ P_{3,n}(x), x \in [x_{n-1}, x_n] \end{cases},$$

где каждый из $P_{3,\ i}(x)$ - многочлен третьей степени:

$$P_{3,i}(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3, i = 1, 2, \dots, n.$$

При этом коэффициенты $a_i = y_i$.

Можно показать, что коэффициенты c_i вычисляются по формулам:

$$2c_i(h_i + h_{i+1}) + c_{i+1}h_{i+1} + c_{i-1}h_i = 3\left(\frac{y_{i+1} - y_i}{h_{i+1}} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i}\right).$$

Для вычисления коэффициентов d_i используются формулы: $d_i = \dfrac{c_i - c_{i-1}}{3h_i}, i = 2, \dots, n$.

Для вычисления коэффициентов b_i - формулы: $b_i = \dfrac{y_i - y_{i-1}}{h_i} + h_i c_i - h_i^2 d_i$.

План-конспект занятия №15

Тема занятия: Формулы Ньютона – Котеса: метод прямоугольников.

Тип занятия: *теоретическое занятие.*

Цель занятия: познакомить с основными методами численного интегрирования функций

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с интегрированием функций

2) научить решать задачи интегрирования

3) закрепить знание формул численного интегрирования

Развивающие:

1) развитие логического мышления;

2) развитие памяти

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности

2) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Численное интегрирование» (ОК 2.1.1)

Составление сводной таблицы «Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Проверка усвоения пройденного материала:

10-15 мин

а) проверка Д.З. (решение у доски с комментариями)

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

40-45 мин

4. Закрепление материала(решение задач)

20-25 мин

5.Подведение итогов занятия.

1-3 мин

Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект [2], с. 152-155

б) решить задачи

в) составить сводную таблицу «Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса»

Постановка задачи численного интегрирования

Требуется вычислить определённый интеграл вида $I = \int_a^b f(x)dx$, причём функция может быть задана как в виде формулы, так и в виде таблицы.

Квадратурные формулы Ньютона-Котеса

$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a)\sum_{i=1}^{n} y_i H_i$, где $H_i = \frac{1}{n}\int_0^n \frac{(-1)^{n-i} \cdot t^{[n+1]}}{(t-i)i!(n-i)!}dt,\ t = 0, 1, \ldots, n$ - коэффициенты Котеса.

Эти формулы дают на одном участке интегрирования различные представления для различного числа *n* отрезков разбиения.

Формулы прямоугольников

Пусть требуется вычислить интеграл $I = \int_a^b f(x)dx$.

Если отрезок интегрирования [*a; b*] достаточно велик, то нужно разбить его на более мелкие отрезки равной длины $h = \frac{b-a}{n}$, где *n* - число отрезков, и заменяя на каждом из отрезков криволинейную трапецию прямоугольником, вычислить площади этих прямоугольников. Затем полученные площади нужно сложить, эта сумма и будет принята за приближённое значение искомого интеграла.

Что касается построения прямоугольников, то их можно строить по-разному: можно проводить перпендикуляр до пересечения с кривой *f (x)* из правого конца каждого отрезка (Рис. 1), можно - из левого конца (Рис. 2)

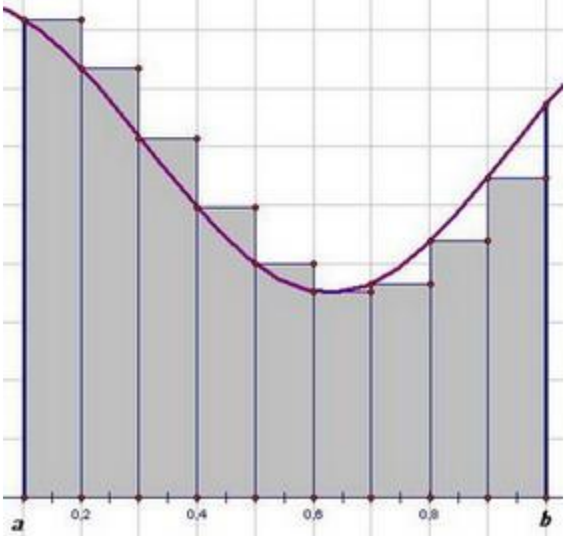


Рис. 1

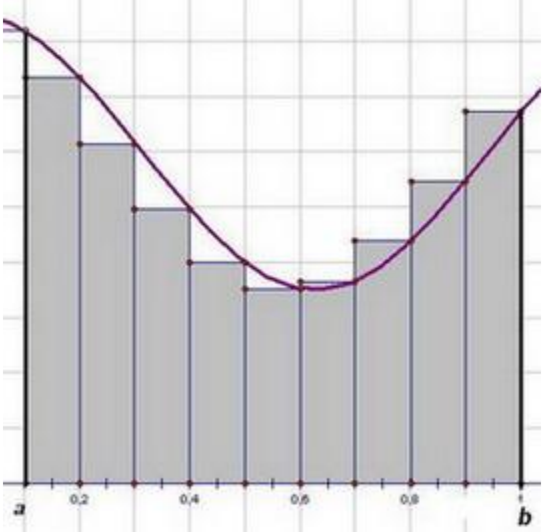
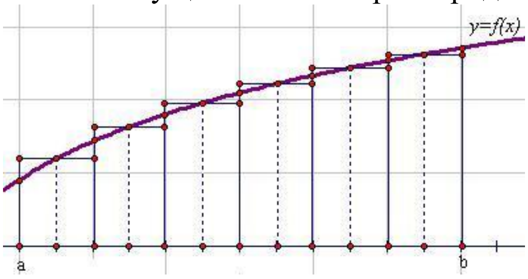


Рис. 2

В зависимости от этого формулы для вычисления несколько различны и носят название **формулы прямоугольников с правыми или левыми ординатами** соотвественно: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}\left(f(x_1) + f(x_2) + \ldots + f(b)\right)$ (формула "правых" прямоугольников) $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(f(a)+f(x_1)+\ldots+f(x_{n-1}))$ (формула "левых" прямоугольников)

Существует ещё **формула "средних" прямоугольников**: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(f(x_0+\frac{h}{2})+f(x_0+\frac{3h}{2})+\ldots+f(x_0+\frac{2n-1}{2}h))$, для которой построение прямоугольников осуществляется через середины каждого из отрезков разбиения:



План-конспект №16

Тема занятия: Формулы Ньютона – Котеса: метод трапеций

Тип занятия: *теоретическое занятие.*

Цель занятия: познакомить с основными методами численного интегрирования функций

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с интегрированием функций

2) научить решать задачи интегрирования

3) закрепить знание формул численного интегрирования

Развивающие:

3) развитие логического мышления;

4) развитие памяти

Воспитательные:

3) воспитание аккуратности и внимательности

4) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Численное интегрирование» (ОК 2.1.1)

Составление сводной таблицы «Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Проверка усвоения пройденного материала:

10-15 мин

а) проверка Д.З. (решение у доски с комментариями)

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

40-45 мин

4. Закрепление материала(решение задач)

20-25 мин

5.Подведение итогов занятия.

1-3 мин

Домашнее задание:

1-3мин

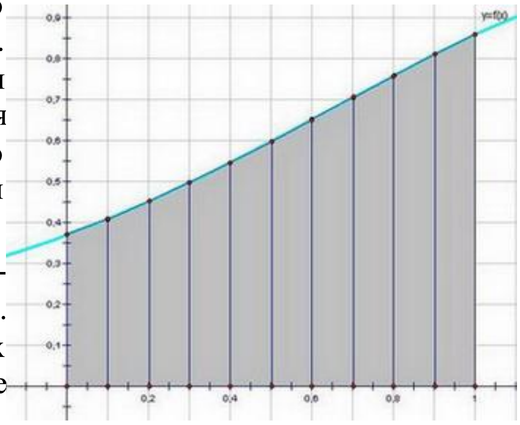
а) выучить конспект [2], с. 155-158

б) решить задачи

в) составить сводную таблицу «Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса»

Формула трапеций

Идея метода аналогична той, что представлена в методе прямоугольников. Отличие заключается в том, что на каждом отрезке разбиения криволинейная трапеция заменяется на обычную трапецию, площадь которой вычисляется по формуле $\frac{o_1 + o_2}{2} \cdot h$, где o_1 и o_2 - основания трапеции. Вычисляя и суммируя площади всех трапеций, получаем приближённое значение искомого интеграла:



$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}\left(\frac{f(a)+f(b)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + \ldots + f(x_{n-1})\right)$$

План-конспект №17

Тема занятия: Формулы Ньютона – Котеса: метод парабол

Тип занятия: *теоретическое занятие.*

Цель занятия: познакомить с основными методами численного интегрирования функций

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с интегрированием функций
2) научить решать задачи интегрирования
3) закрепить знание формул численного интегрирования

Развивающие:
1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти

Воспитательные:
1) воспитание аккуратности и внимательности
2) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Численное интегрирование» (ОК 2.1.1)

Составление сводной таблицы «Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент — 1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Проверка усвоения пройденного материала: — 10-15 мин

а) проверка Д.З. (решение у доски с комментариями)

3. Объяснение нового материала (см. лекцию) — 40-45 мин

4. Закрепление материала(решение задач) — 20-25 мин

5.Подведение итогов занятия. — 1-3 мин

Домашнее задание: — 1-3мин

а) выучить конспект [2], с. 158-166
б) решить задачи

в) составить сводную таблицу «Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса»

Формула Симпсона

Заменяя на каждом отрезке разбиения часть кривой $y = f\ (x)$ на параболическую кривую, вычисляя площади получившихся фигур и суммируя их, получим формулу Симпсона:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}(f(a)+f(b)+4\cdot(f(x_1)+f(x_3)+\ldots+f(x_{2n-1}))+$$
$$+2\cdot(f(x_2)+f(x_4)+\ldots+f(x_{2n-2})))$$

План-конспект занятия №18

Тема занятия: Интегрироание с помощью формул Гаусса

Тип занятия: *теоретическое занятие.*
Цель занятия: познакомить с основными методами численного интегрирования функций
Задачи:
Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с интегрированием функций
2) научить решать задачи интегрирования
3) закрепить знание формул численного интегрирования
Развивающие:
3) развитие логического мышления;
4) развитие памяти
Воспитательные:
3) воспитание аккуратности и внимательности
4) воспитание вдумчивости при принятии решений
Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2
Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Численное интегрирование» (ОК 2.1.1)
Составление сводной таблицы «Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса» (ОК 3.1.2)
Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент
1-3 мин
(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)
2. Проверка усвоения пройденного материала:
10-15 мин
а) проверка Д.З. (решение у доски с комментариями)
3. Объяснение нового материала (см. лекцию)
40-45 мин
4. Закрепление материала(решение задач)
20-25 мин
5.Подведение итогов занятия.
1-3 мин
Домашнее задание:
1-3мин
а) выучить конспект [2], с. 167-172
б) решить задачи
в) составить сводную таблицу «Суть методов вычисления интегралов с использованием формул Ньютона-Котеса и Гаусса»

Квадратурные формулы Гаусса

Традиционно при получении квадратурных формул Гаусса в исходном интеграле выполняется замена переменной, переводящая интеграл по отрезку $[a;\ b]$ в интеграл по отрезку [-1; 1]: $t = \frac{2x-(b+a)}{b-a} \Rightarrow x = \frac{1}{2}(b-a)t + \frac{1}{2}(b+a)$. Тогда $\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{2}(b-a)\int_{-1}^{1} f(\frac{1}{2}(b-a)t + \frac{1}{2}(b+a))dt$.

Будем использовать линейную интерполяцию подынтегральной функции.

Если вместо отрезка [-1; 1] взять в качестве узлов интерполяции подвижные узлы t_1, t_2, то нужно выбрать эти значения так, чтобы площадь трапеции, ограниченнной сверху прямой, проходящей через точки A_1 $(t_1, \varphi(t_1))$ и A_2 $(t_2, \varphi(t_2))$ была равной интегралу от любого многочлена некоторой наивысшей степени.

Полагая, что это многочлен третьей степени, вычислим t_1, t_2, которые получаются равными $\frac{-1}{\sqrt{3}}$ и $\frac{-1}{\sqrt{3}}$, отличаясь лишь нумерацией значений.

Далее разбивая отрезок интегрирования на n частей, применяя к каждому из них описанную выше идею, можно получить формулу Гаусса: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\sum_{i=0}^{n-1}(f(x_i + \frac{h}{2} - \frac{h}{2\sqrt{3}}) + f(x_i + \frac{h}{2} + \frac{h}{2\sqrt{3}}))$

План-конспект занятия №19

Тема: Метод Эйлера. Уточненная схема Эйлера

Тип занятия: *теоретическое занятие.*

Цель занятия: познакомить с основными методами численного дифференцирования функций

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с численным дифференцированием функций

2) научить решать задачи дифференцирования

3) закрепить знание формул численного интегрирования

Развивающие:

1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности
2) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение дифференциальных уравнений» (ОК 2.1.1)

Составление сводной таблицы «Области применения методов Эйлера, Рунге-Кутта для решения обыкновенных диф.уравнений» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Проверка усвоения пройденного материала:

10-15 мин

а) проверка Д.З. (решение у доски с комментариями)

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

40-45 мин

4. Закрепление материала(решение задач)

20-25 мин

5.Подведение итогов занятия.

1-3 мин

Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект [2], с. 177-182

б) решить задачи

в) составить сводную таблицу «Области применения методов Эйлера, Рунге-Кутта для решения обыкновенных диф.уравнений»

Постановка задачи

Простейшим обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ) является уравнение первого порядка, разрешённое относительно производной: $y' = f(x, y)$ (1). Основная задача, связанная с этим уравнением известна как **задача Коши**: найти решение уравнения (1) в виде функции $y(x)$, удовлетворяющей начальному условию: $y(x_0) = y_0$ (2).

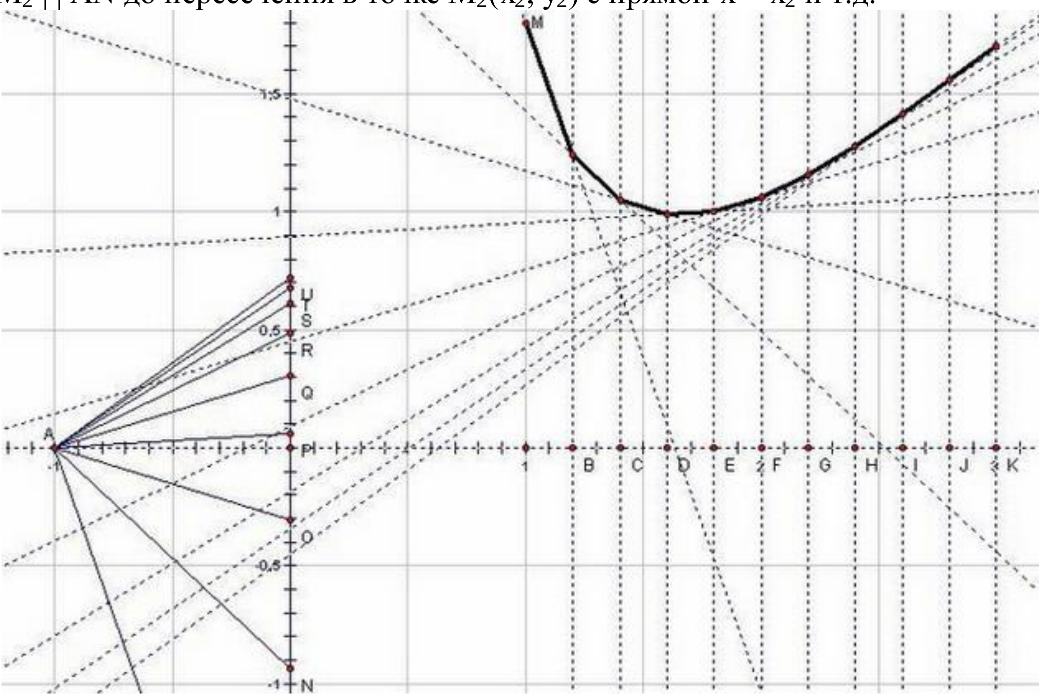
ДУ n-ого порядка $y^{(n)} = f(x, y, y', …, y^{(n-1)})$, для которого задача Коши состоит в нахождении решения $y = y(x)$, удовлетворяющего начальным условиям:

$y(x_0) = y_0$, $y'(x_0) = y'_0$, …, $y^{(n-1)}(x_0) = y^{(n-1)}_0$, где y_0, y'_0, …, $y^{(n-1)}_0$ - заданные числа, можно свести к системе ДУ первого порядка.

Метод Эйлера

В основе метода Эйлера лежит идея графического построения решения ДУ, однако этот же метод даёт одновременно и численную форму искомой функции. Пусть дано уравнение (1) с начальным условием (2).

Получение таблицы значений искомой функции $y(x)$ по методу Эйлера заключается в циклическом применении формулы: $y_{i+1} = y_i + h \cdot f(x_i, y_i)$, $i = 0, 1, …, n$. Для геометрического построения ломаной Эйлера (см. рис.) выберем полюс A(-1,0) и на оси ординат отложим отрезок PL=f(x_0, y_0) (точка P - это начало координат). Очевидно, что угловой коэффициент луча AL будет равен f(x_0, y_0), поэтому чтобы получить первое звено ломаной Эйлера достаточно из точки M провести прямую MM_1 параллельно лучу AL до пересечения с прямой $x = x_1$ в некоторой точке $M_1(x_1, y_1)$. Приняв точку $M_1(x_1, y_1)$ за исходную откладываем на оси Oy отрезок PN = f (x_1, y_1) и через точку M_1 проводим прямую M_1M_2 | | AN до пересечения в точке $M_2(x_2, y_2)$ с прямой $x = x_2$ и т.д.



.

План-конспект занятия №20

Тема: Метод Рунге-Кутта

Тип занятия: *теоретическое занятие.*

Цель занятия: познакомить с основными методами численного дифференцирования функций

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с численным дифференцированием функций

2) научить решать задачи дифференцирования

3) закрепить знание формул численного интегрирования

Развивающие:

3) развитие логического мышления;
4) развитие памяти

Воспитательные:

3) воспитание аккуратности и внимательности
4) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Решение дифференциальных уравнений» (ОК 2.1.1)

Составление сводной таблицы «Области применения методов Эйлера, Рунге-Кутта для решения обыкновенных диф.уравнений» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования

Ход занятия:

1.Организационный момент

1-3 мин

(взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

2. Проверка усвоения пройденного материала:

10-15 мин

а) проверка Д.З. (решение у доски с комментариями)

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

40-45 мин

4. Закрепление материала(решение задач)

20-25 мин

5.Подведение итогов занятия.

1-3 мин

Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект [2], с. 177-182

б) решить задачи

в) составить сводную таблицу «Области применения методов Эйлера, Рунге-Кутта для решения обыкновенных диф.уравнений»

Методы Рунге-Кутта

Основная идея метода: вместо использования в рабочих формулах частных производных функции $f(x, y)$ использовать лишь саму эту функцию, но на каждом шаге вычислять её значения в нескольких точках. Для этого будем искать решение уравнения (1) в виде:

$$y(x_0+h) \approx y(x_0) + \Delta y(x_0),\ \text{где}\ \Delta y(x_0) = \sum_{i=1}^{q} r_i k_i,$$

r_i – *численные параметры*,

k_i – *функции от* h, *т.е.* $k_i(h)$, *причём:*

$$k_1(h) = hf(x_0, y_0),$$

$$k_2(h) = hf(x_0 + \alpha_2 h, y_0 + \beta_{21} k_1),$$

....

$$k_q(h) = hf(x_0 + \alpha_q h, y_0 + \beta_{q1} k_1 + \beta_{q2} k_2 + \ldots + \beta_{q,q-1} k_{q-1})$$

Меняя α, β, r, q, будем получать различные варианты методов Рунге-Кутта.

При **q=1** получаем формулу Эйлера.

При **q=2** и $r_1=r_2=½$ получаем, что α, β= 1 и, следовательно, имеем формулу: $y(x_i+h) \approx y(x_i) + \frac{h}{2}\left(f(x_i, y_i) + f(x_i + h, y_i + hf(x_i, y_i))\right)$, которая называется усовершенствованный метод Эйлера-Коши.

При **q=2** и ***r₁*=0, *r₂*=1** получаем, что *α, β* = ½ и, следовательно, имеем формулу: $y(x_i+h)\approx y(x_i)+hf(x_i+\frac{h}{2},y_i+\frac{h}{2}f(x_i,y_i))$ - второй усовершенствованный метод Эйлера-Коши.

При **q=3** и **q=4** также существуют целые семейства формул Рунге-Кутта. На практике они применяются наиболее часто, т.к. не наращивают ошибок.

Рассмотрим схему решения дифференциального уравнения методом Рунге-Кутта 4 порядка точности. Расчёты при использовании этого метода ведутся по формулам:

$y(x_i+h)\approx y(x_i)+\Delta y(x_i)$, где $\Delta y(x_i)=\frac{1}{6}(k_1^{(i)}+2k_2^{(i)}+2k_3^{(i)}+k_4^{(i)})+Q(h^5)$.

При этом $k_1^{(i)}=hf(x_i,y_i)$;

$k_2^{(i)}=hf(x_i+\frac{h}{2},y_i+\frac{k_1^{(i)}}{2})$;

$k_3^{(i)}=hf(x_i+\frac{h}{2},y_i+\frac{k_2^{(i)}}{2})$;

$k_4^{(i)}=hf(x_i+h,y_i+k_3^{(i)})$;

$Q(h^5)$–бесконечно малая величина порядка h^5, $h=\frac{b-a}{n}$

Их удобно вносить в следующую таблицу:

x	**y**	**y' = f (x,y)**	**k=h · f(x,y)**	**Δy**
x_0	y_0	$f(x_0,y_0)$	$k_1^{(0)}$	$k_1^{(0)}$
x_0 + ½·h	y_0 + ½·$k_1^{(0)}$	f(x_0 + ½·h, y_0 + ½·$k_1^{(0)}$)	$k_2^{(0)}$	$2k_2^{(0)}$
x_0 + ½·h	y_0 + ½·$k_2^{(0)}$	f(x_0 + ½·h, y_0 + ½·$k_2^{(0)}$)	$k_3^{(0)}$	$2k_3^{(0)}$
x_0 + h	y_0 + $k_3^{(0)}$	f(x_0 + h, y_0 + $k_3^{(0)}$)	$k_4^{(0)}$	$k_4^{(0)}$
				$\Delta y_0 = \Sigma / 6$
x_1	$y_1 = y_0 + \Delta y_0$	$f(x_1,y_1)$	$k_1^{(1)}$	$k_1^{(1)}$
x_1 + ½·h	y_1 + ½·$k_1^{(1)}$	f(x_1 + ½·h, y_1 + ½·$k_1^{(1)}$)	$k_2^{(1)}$	$2k_2^{(1)}$
x_1 + ½·h	y_1 + ½·$k_2^{(1)}$	f(x_1 + ½·h, y_1 + ½·$k_2^{(1)}$)	$k_3^{(1)}$	$2k_3^{(1)}$
x_1 + h	y_1 + $k_3^{(1)}$	f(x_1 + h, y_1 + $k_3^{(1)}$)	$k_4^{(1)}$	$k_4^{(1)}$
				$\Delta y_1 = \Sigma / 6$
x_2	$y_2 = y_1 + \Delta y_1$	и т.д.	до получения всех искомых	значений у

План-конспект занятия №21

Тема: Методы оптимизации функции

Вид занятия*: теоретическое занятие*

Цель занятия: познакомить с основными методами оптимизации функции.

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с оптимизацией функций
2) научить решать задачи на вычисление оптимальных решений
3) закрепить знание математических методов.

Развивающие:
1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти

Воспитательные:
1) воспитание аккуратности и внимательности
2) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1
Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Задачи оптимизации» (ОК 2.1.1)
Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования, Математические методы

Ход занятия:

1.Организационный момент (взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

1-3 мин

2. Проверка усвоения пройденного материала:

3-5 мин

Беседа-повторение и обобщение темы «Решение оптимизационных задач»

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

50-55 мин

4. Закрепление материала (решение задач)

20-25 мин

5. Подведение итогов занятия.

1-3 мин

6.Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект[2], с. 195-204
б) решить задачи

Постановка задачи оптимизации

Требуется найти вектор $\overline{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*)^T$, доставляющий минимум функции $Y = F(\overline{x})$ с заданной точностью ε, используя численный метод решения. Здесь $\overline{x} \in R^n$. Отсутствие ограничений позволяет соотнести задачу с методами безусловной оптимизации.

Особенности поиска экстремума функции многих переменных

Задачи отыскания экстремумов в многомерном случае существенно осложняются. Возникают следующие качественно новые стороны рассматриваемой задачи:

1. Функция *F(X)* может иметь сложную форму. Для графической интерпретации поверхности принято изображать ее с помощью линий уровня. Линия уровня – это кривая в 2-х мерном сечении пространства параметров, значение функции, на которой константа. Поверхность, соответствующая зависимости *F(X)* может иметь: «овраги» или «гребни» (поверхности уровня имеют структуру, сильно отличающуюся от сферической); «плато» (плоские горизонтальные участки); особые точки типа «седло». Это не имеет себе аналогий в классе одномерных функций. («Седло» – точка гладкой поверхности, вблизи которой поверхность лежит по разные стороны от своей касательной плоскости. В окрестности седла имеются 4 интегральные кривые, которые входят в особую точку. Между ними располагаются интегральные кривые типа гипербол).
2. Если в одномерном случае имеется только два возможных направления поиска, то в многомерном – таких направлений ∞. В связи с этим центральной проблемой поиска экстремума многомерной функции является проблема выбора направления поиска.
3. Переменные $x_1, x_2, \ldots, x_n$ могут быть взаимосвязаны.
4. В многомерном случае область допустимых значений имеет бесчисленное множество форм.

Стратегия методов безусловной оптимизации

Все методы решения задач математического программирования можно разбить на прямые и непрямые. Непрямые методы основаны на использовании необходимых и достаточных условий экстремумов и сводятся к решению системы нелинейных уравнений

Методы, не связанные с использованием необходимых и достаточных условий экстремумов относят к прямым.

Большинство применяемых на практике прямых методов решения задач математического программирования являются итеративными.

В основу этих методов положен механизм порождения последовательности точек $\bar{x}^0, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^k, \bar{x}^{k+1}, \cdots$ по правилам, которые определены в соответствии с выбранным методом решения и обладают следующими свойствами:

- $\bar{x}^* = \lim\limits_{i \to \infty} \bar{x}^i$
- $F(\bar{x}^{k+1}) < F(\bar{x}^k), \quad k = 0,1,\cdots$

Общее правило построения последовательности $\bar{x}^0, \bar{x}^1, \cdots, \bar{x}^k, \bar{x}^{k+1}, \cdots$ численными методами безусловной оптимизации записывается в виде:

$$\bar{x}^{k+1} = \bar{x}^k + \alpha_k \bar{p}^k, \quad k = 0,1,\cdots$$

Такие методы, как это принято говорить, используют алгоритмы спуска. Здесь $\bar{x}^0$ - **начальная точка поиска**, $\bar{p}^k$ - **принятое направление перехода** из точки $\bar{x}^k$ в точку $\bar{x}^{k+1}$, которое называется направлением спуска, α^k - числовой множитель, определяющий **величину шага**.

Стратегия предполагает на очередной итерации следующие шаги:

1. Задание начальной точки поиска, из которой производится спуск к минимуму.
2. Выбор направления поиска очередной точки (на основании исследования локальных свойств целевой ф-ии).
3. Выбор величины шага до новой точки вдоль выбранного направления.
4. Переход в очередную точку итерационного процесса.
5. Проверка критерия окончания итерационного процесса.

Выбор начальной точки $\bar{x}^0$ производится, исходя из физического содержания решаемой задачи и наличия априорной информации о положении точек экстремума.

Выбор направления и величины шага определяется выбранным методом решения. Проверка критерия окончания итерационного процесса дает информацию о том, что либо решение задачи надо продолжить, либо найдена точка, претендующая на роль экстремума и процедуру поиска следует завешить.

Критерии для завершения поиска

На основании сравнения результатов расчетов двух или нескольких последовательных итераций. Наиболее распространены:

1. $\left\| \bar{X}_{K+1} - \bar{X}_K \right\| < \varepsilon$ (норма разности 2 последовательных итераций)
2. $\left\| F(\bar{X}_{K+1}) - F(\bar{X}_K) \right\| < \varepsilon$ (норма разности 2 последовательных значений критериев оптимальности)
3. $\left\| F'(\bar{X}_K) \right\| < \varepsilon$ (модуль градиента этого критерия)

(1) – недостаточна, т.к. функция может иметь поведение типа скачка (резкое изменение критерия оптимальности).

(2) – основана на предположении монотонного убывания величины $\left\| F(\bar{X}_{K+1}) - F(\bar{X}_K) \right\|$ в зависимости от числа итераций . При пологом характере F(X) вблизи оптимума, разность может мало меняться даже при большом шаге, поэтому (1)+(2).

(3) – характеризует скорость убывания критерия оптимальности и обращается в нуль в точке локального минимума. Поэтому по этой скорости можно судить о приближении к оптимуму.

Оценка эффективности методов оптимизации

Большое разнообразие итерационных алгоритмов ставит перед пользователем задачу выбора. Для этого следует выставить критерии, на основании которых один алгоритм будет считаться более предпочтительным, нежели другой. С этой целью обычно используют следующие оценки:

1. *Точность поиска* – значение окрестности локального оптимума, в которую приводит алгоритм после выполнения заданного числа итераций.
2. *Скорость сходимости* – число итераций, необходимое для достижения заданной точности.
3. *Время счета* – время поиска на ЭВМ локального оптимума с заданной точностью, отнесенное к коэффициенту сложности задачи (или к быстродействию ЭВМ).
4. *Стабильность* – свойство алгоритма незначительно увеличивать число итераций при малых возмущениях выбора начальных точек, а также вследствие погрешности вычислений.
5. *Надежность* - свойство алгоритма приводить к оптимуму при многократном повторении поиска из разных начальных точек.

Для сравнения алгоритмов по этим критериям следует производить расчеты в одинаковых или близких условиях.

План-конспект занятия №22

Тема: Метод покоординатного спуска

Вид занятия*: теоретическое занятие*

Цель занятия: познакомить с основными методами оптимизации функции.

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с оптимизацией функций
2) научить решать задачи на вычисление оптимальных решений
3) закрепить знание математических методов.

Развивающие:
1) развитие логического мышления;
2) развитие памяти

Воспитательные:
1) воспитание аккуратности и внимательности
2) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Задачи оптимизации» (ОК 2.1.1)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования, Математические методы

Ход занятия:

1.Организационный момент (взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

1-3 мин

2. Проверка усвоения пройденного материала:

3-5 мин

Беседа-повторение и обобщение темы «Решение оптимизационных задач»

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

50-55 мин

4. Закрепление материала (решение задач)

20-25 мин

5. Подведение итогов занятия.

1-4 мин

6.Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект[2], с. 204-208
б) решить задачи

3-5 мин

Метод покоординатного спуска (Гаусса-Зейделя)

Согласно этому методу направления спуска выбирается параллельно координатным осям. Т.е. сначала спуск осуществляется вдоль первой оси OX1, затем вдоль оси OX2 и т.д. до последней оси OXn. Потом эти действия повторяются в цикле вплоть до достижения оптимума. Варианты метода отличаются выбором шага a. На рис. 1.7. приведена схема метода циклического покоординатного спуска с постоянным шагом.

Пусть x(0) – начальная точка, a – некоторое положительное число, выбранное как начальное значение шага. Вычисляют значение функции в этой точке f(x(0)). Далее вычисляют значение функции при измененном значении аргумента x1=x1+a. Если значение функции уменьшилось, то полагают, что точка первого приближения x(1) сдвинута от начальной точки в направлении оси OX1 на величину a.

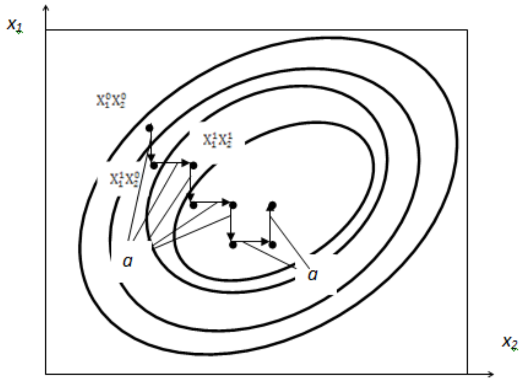


Рис. 1.7. Геометрическая интерпретация метода циклического покоординатного спуска с постоянным (малым) шагом

Иначе вычисляют значение функции при x1=x1-a. Если значение функции уменьшилось, то полагают, что точка первого приближения x(1) сдвинута от начальной точки против направления оси OX1 на величину a. Если и в этом направлении значение функции не уменьшилось то точку не сдвигают из начального направления вдоль оси OX1 .

Аналогичным образом осуществляют передвижение точки вдоль других осей. В этом состоит первая итерация. Если в результате одной итерации точка не сдвинулась из того положения, где она находилась до начала цикла по координатным осям, следует уменьшить величину шага, например разделив его на 2. Схема сходимости таких модификаций метода циклического покоординатного спуска приведена на рис. 1.8

Другой вариант метода характеризуется таким же циклическим перебором направлений поиска поочередно вдоль всех n координатных осей, но шаг рассчитывается на основе одномерной оптимизации. На рис.1.9. приведены схемы сходимости.

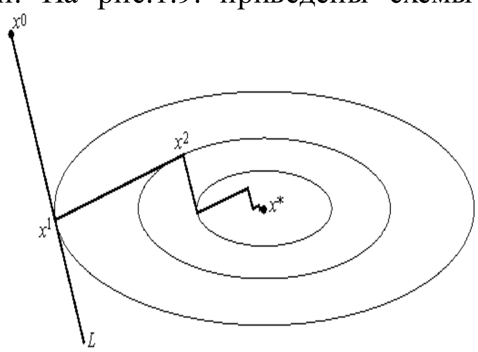


Рис. 1.8. Геометрическая интерпретация метода циклического покоординатного спуска с дробным шагом

На рис. 19a показан один шаг итерации, состоящий из двух этапов. Сначала фиксируется значение координаты x2 и решается задача одномерной оптимизации по координате x1. Т. е. определяется минимум одномерной функции, изображенной на выносном графике слева. Далее фиксируется значений координаты x1, сообщающее минимум этой функции. И отыскивается минимум однопараметрической функции, график которой показан на выносном элементе внизу.

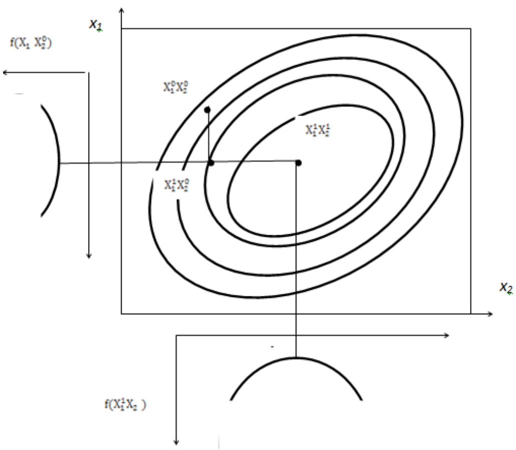


Рис. 1.9. Схема сходимости метода циклического покоординатного спуска с решением задачи одномерной оптимизации на каждом шаге

Но не для всех гладких функций применение этого метода гарантирует сходимость. При использовании метода покоординатного спуска велика вероятность "застревания" поиска на дне оврага вдали от точки экстремума. Оврагом называют часть пространства управляемых параметров, в которой наблюдаются слабые изменения производных целевой функции по одним направлениям и значительные изменения с переменой знака — по некоторым другим направлениям. На рис. 1.10а видно, что после попадания в точку **A**, расположенную на дне оврага, дальнейшие шаги возможны лишь в направлениях aa или bb, но они приводят к ухудшению целевой функции. Следовательно, поиск прекращается в точке

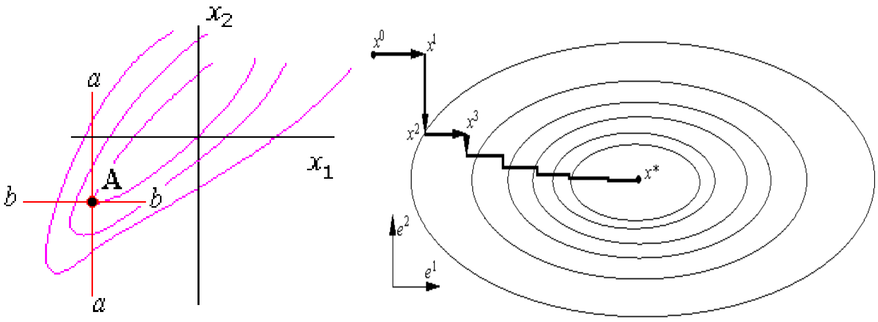


Рис. 1.10 "Застревание" покоординатного спуска на дне оврага (а) и схема сходимости при благоприятной ориентации осей оврага (б)

В то же время при благоприятной ориентации дна оврага, а именно при положении одной из координатных осей, близком к параллельности с дном оврага, поиск оказывается весьма быстрым.

План-конспект занятия №23

Тема : Метод наискорейшего спуска

Вид занятия*: теоретическое занятие*

Цель занятия: познакомить с основными методами оптимизации функции.

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с оптимизацией функций

2) научить решать задачи на вычисление оптимальных решений

3) закрепить знание математических методов.

Развивающие:

1) развитие логического мышления;

2) развитие памяти

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности

2) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1

Самостоятельная работа студента: Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Задачи оптимизации» (ОК 2.1.1)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования, Математические методы

Ход занятия:

1.Организационный момент (взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

1-3 мин

2. Проверка усвоения пройденного материала:

3-5 мин

Беседа-повторение и обобщение темы «Решение оптимизационных задач»

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

50-55 мин

4. Закрепление материала (решение задач)

20-25 мин

5. Подведение итогов занятия.

1-5 мин

6.Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект[2], с. 208-212

б) решить задачи

Метод наискорейшего спуска

При использовании метода наискорейшего спуска на каждой итерации величина шага a_k выбирается из условия минимума функции $f(x)$ в направлении спуска, т. е.

$$f(x[k]-a_k f'(x[k])) = \min_{a>0} f(x[k]-af'(x[k])).$$

Это условие означает, что движение вдоль антиградиента происходит до тех пор, пока значение функции $f(x)$ убывает. С математической точки зрения на каждой итерации необходимо решать задачу одномерной минимизации по a функции $\varphi(a) = f(x[k] - af'(x[k]))$.

Алгоритм метода наискорейшего спуска состоит в следующем.

1. Задаются координаты начальной точки $x[0]$.

2. В точке $x[k]$, $k = 0, 1, 2, ...$ вычисляется значение градиента $f'(x[k])$.

3. Определяется величина шага a_k, путем одномерной минимизации по a функции $\varphi(a) = f(x[k] - af'(x[k]))$.

4. Определяются координаты точки $x[k+1]$:

$x_i[k+1] = x_i[k] - a_k f'_i(x[k]), i = 1 ,..., n.$

5. Проверяются условия останова стерационного процесса. Если они выполняются, то вычисления прекращаются. В противном случае осуществляется переход к п. 1.

В рассматриваемом методе направление движения из точки $x[k]$ касается линии уровня в точке $x[k+1]$ (Рис. 2.9). Траектория спуска зигзагообразная, причем соседние звенья зигзага ортогональны друг другу. Действительно, шаг a_k выбирается путем минимизации по a функции ?$(a) = f(x[k] - af'(x[k]))$. Необходимое условие минимума функции $d\varphi(a)/da = 0$. Вычислив производную сложной функции, получим условие ортогональности векторов направлений спуска в соседних точках:

$d\varphi(a)/da = -f'(x[k+1]f'(x[k]) = 0.$

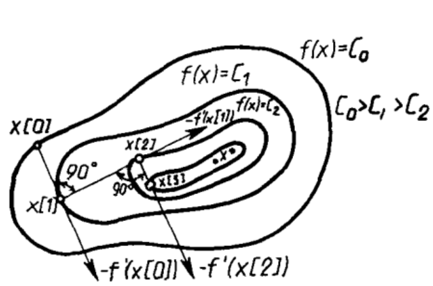


Рис. Геометрическая интерпретация метода наискорейшего спуска

Градиентные методы сходятся к минимуму с высокой скоростью (со скоростью геометрической прогрессии) для гладких выпуклых функций. У таких функций наибольшее M и наименьшее m собственные значения матрицы вторых производных (матрицы Гессе)

$$H(x) = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_n} \end{vmatrix}$$

мало отличаются друг от друга, т. е. матрица $H(x)$ хорошо обусловлена. Напомним, что собственными значениями λ_i, $i = 1, \dots, n$, матрицы являются корни характеристического уравнения

$$\begin{Vmatrix} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_n \partial x_n} \end{Vmatrix} = 0.$$

Однако на практике, как правило, минимизируемые функции имеют плохо обусловленные матрицы вторых производных *(m/M <<* 1). Значения таких функций вдоль некоторых направлений изменяются гораздо быстрее (иногда на несколько порядков), чем в других направлениях. Их поверхности уровня в простейшем случае сильно вытягиваются (Рис. 2.10), а в более сложных случаях изгибаются и представляют собой овраги. Функции, обладающие такими свойствами, называют *овражными.* Направление антиградиента этих функций (см. Рис. 2.10) существенно отклоняется от направления в точку минимума, что приводит к замедлению скорости сходимости.

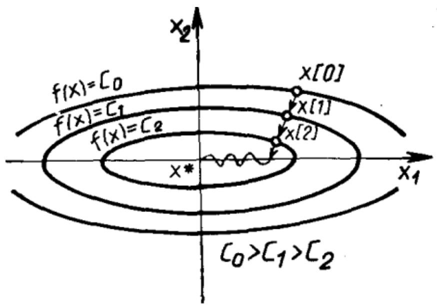


Рис. 2.10. Овражная функция

Скорость сходимости градиентных методов существенно зависит также от точности вычислений градиента. Потеря точности, а это обычно происходит в окрестности точек минимума или в овражной ситуации, может вообще нарушить сходимость процесса градиентного спуска. Вследствие перечисленных причин градиентные методы зачастую используются в комбинации с другими, более эффективными методами на начальной стадии решения задачи. В этом случае точка $x[0]$ находится далеко от точки минимума, и шаги в направлении антиградиента позволяют достичь существенного убывания функции.

План-конспект занятия №24

Тема : Нахождение экстремумов функций одной переменной приближенными методами

Вид занятия*: теоретическое занятие*

Цель занятия: познакомить с основными методами оптимизации функции.

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с оптимизацией функций

2) научить решать задачи на вычисление оптимальных решений

3) закрепить знание математических методов.

Развивающие:

1) развитие логического мышления;

2) развитие памяти

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности

2) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента:

Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Задачи оптимизации» (ОК 2.1.1)

Составление сводной таблицы «Методы минимизации функции одной переменной»; «Многомерные методы оптимизации» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования, Математические методы

Ход занятия:

1.Организационный момент (взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

1-3 мин

2. Проверка усвоения пройденного материала:

3-5 мин

Беседа-повторение и обобщение темы «Решение оптимизационных задач»

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

50-55 мин

4. Закрепление материала (решение задач)

20-25 мин

5. Подведение итогов занятия.

1-6 мин

6.Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект[2], с. 212-220
б) решить задачи

Постановка задачи одномерной безусловной оптимизации

Поиск экстремума функции одной переменной имеет самостоятельный интерес, так как является составной частью многих методов многомерной оптимизации. От правильной организации одномерного поиска существенно зависит успех решения всей задачи. Кроме того, одномерная оптимизация, будучи простой по формулировке задачей, позволяет легко войти в общую проблематику оптимизационных задач.

Далее, для конкретности, мы будем рассматривать задачу оптимизации на примере задачи минимизации в силу эквивалентности двух типов оптимизационных задач (максимизации и минимизации). Задача поиска минимума целевой функции формулируется в виде:

$x^*=arg\ min\ f(x),\ x\in X,$

где X – множество допустимых точек, среди которых ищется точка x*, доставляющая минимум $f(x)$ целевой функции.

Другая распространенная запись задачи минимизации

$$\min_{x\in X} f(x).$$

Когда $X=R$, мы имеем дело с одномерной безусловной задачей минимизации, т.е. когда целевая функция $f(x)$ имеет только один простой аргумент и область X есть вся вещественная ось чисел.

В методах одномерной оптимизации вместо $X=R$ рассматривается отрезок $X=[a,b]$, содержащей искомое решение x*. Такой отрезок называется отрезком неопределенности, или отрезком локализации. Относительно целевой функции *f(x)* часто предполагается, что она унимодальная.

Определение: Функция $f(x)$ называется унимодальной на $X=[a,b]$, если существует такая точка $x^*\in X$, что

$f(x_1)>f(x_2)$, если $x_1<x_2<x^*,\ x_1,x_2\in X,$

$f(x_1)<f(x_2)$, если $x^*<x_1,x_2,\ x_1,x_2\in X.$

Если ограничиваться рассмотрением лишь непрерывных функций $f(x)$, то свойство унимодальности функции попросту означает наличие у нее единственного локального минимума и этот минимум достигается в точке $x=x^*$.

В ряде методов относительно целевой функции $f(x)$ предполагается, что она выпуклая на X.

Определение: Функция f(x) называется выпуклой на $x=[a,b]$,

если $f(\alpha x_1+(1-\alpha)x_2)\le\alpha f(x_1)+(1-\alpha)f(x_2)$

при любых $x_1,x_2,\in X$ и всех $\alpha,\ 0\le\alpha\le1$.

Если при любых x1,x2, $\in X$ *неравенство будет строгим, то функция f(x) называется строго выпуклой.*

Непрерывная строго выпуклая функция является унимодальной. Однако не всякая унимодальная функция является выпуклой или непрерывной.

1.2 Алгоритм пассивного поиска минимума

Отрезок $[a,b]$ исходный отрезок неопределенности. Пусть N - число точек, в которых необходимо провести вычисления целевой функции $f(x)$, т.е. N экспериментов. Точки, в которых необходимо провести эксперименты, определяются следующим образом:

$$\begin{cases} Если\_N = 2k-1 - нечётное, то \\ x_i = a + \dfrac{b-a}{N+1}\cdot i \\ i = 1,2,3,\ldots N \\ Если\_N = 2k - чётное, то \\ x_{2i} = a + \dfrac{b-a}{k+1}\cdot i \\ x_{2i-1} = x_{2i} - \delta \\ i = 1,2,\ldots,k \end{cases}$$

Среди вычисленных значений $\{f(x_i)\}$ $(i=1,N)$, ищется точка x_j , в которой достигается минимум:

$$f(x_j) = \min_{1\le i\le N} f(x_i)$$

Найденная точка принимается за приближенное решение задачи $\tilde{x} = x_j$. Исходный отрезок неопределенности $[a,b]$ после экспериментов в N точках сужается до $[x_{j-1},x_{j+1}]$, длина которого равна:

$$L_N = L_N(x_1, x_2, \ldots x_N) = \max_{1\le i\le N}(x_{i+1} - x_{i-1}) = x_{j+1} - x_{j-1} = \begin{cases} 2\dfrac{b-a}{N+1}, если\_N = 2k-1 \\ \dfrac{b-a}{N/2+1} + \delta, если\_N = 2k \end{cases}$$

Точность найденного решения $\tilde{x}$ равна половине отрезка неопределенности, т.е. $|x^* - \tilde{x}| \le \varepsilon$, где $\varepsilon = \dfrac{1}{2}L_N$ и x^* - точное решение.

План-конспект занятия №25

Тема : Нахождение экстремумов функций двух переменных приближенными методами

Вид занятия*: теоретическое занятие*

Цель занятия: познакомить с основными методами оптимизации функции.

Задачи:

Учебные: 1) разъяснить основные понятия, связанные с оптимизацией функций

2) научить решать задачи на вычисление оптимальных решений

3) закрепить знание математических методов.

Развивающие:

1) развитие логического мышления;

2) развитие памяти

Воспитательные:

1) воспитание аккуратности и внимательности

2) воспитание вдумчивости при принятии решений

Развиваемые общие компетенции: ОК 1, ОК 10, ОК2.1.1, ОК 3.1.2

Самостоятельная работа студента:

Выполнение упражнений на закрепление материала по теме «Задачи оптимизации» (ОК 2.1.1)

Составление сводной таблицы «Методы минимизации функции одной переменной»; «Многомерные методы оптимизации» (ОК 3.1.2)

Межпредметные связи: Математика и Элементы высшей математики; Теория алгоритмов, Основы программирования, Математические методы

Ход занятия:

1.Организационный момент (взаимное приветствие, постановка темы и задач занятия)

1-3 мин

2. Проверка усвоения пройденного материала:

3-5 мин

Беседа-повторение и обобщение темы «Решение оптимизационных задач»

3. Объяснение нового материала (см. лекцию)

50-55 мин

4. Закрепление материала (решение задач)

20-25 мин

5. Подведение итогов занятия.

1-7 мин

6.Домашнее задание:

1-3мин

а) выучить конспект[2], с. 212-220

б) решить задачи

в) Составление сводной таблицы «Методы минимизации функции одной переменной»; «Многомерные методы оптимизации»

г) подготовка к экзамену

Экстремум функции многих переменных

Вычисление экстремума функции многих переменных не несет принципиальных особенностей по сравнению с функциями одной переменной. Поэтому ограничимся примером нахождения максимума и минимума функции, показанной в виде графиков трехмерной поверхности линий уровня на рис. 8.9

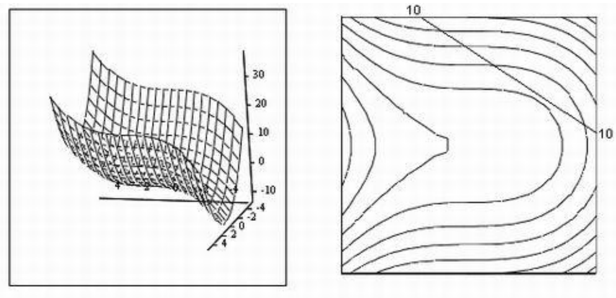


Рис. 8.9. График функции f (x,y)и отрезок прямой x+y=10

Минимизация функции многих переменных. Аналитические методы.

Теорема Вейерштрасса: пусть $C(\overline{G})$ - множество функций непрерывных на замкнутом ограниченном множестве $\overline{G}$. Если $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \in C(\overline{G})$, тогда $z = f(\overline{x})$ достигает своих наибольшего и наименьшего значений.

Определение: точки максимума и минимума называются точками экстремума функции. Теорема Ферма: (необходимое условие существования экстремума). Пусть функция $z = f(\overline{x})$ - определена в окрестности точки $\overline{x}^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$. Если $\overline{x}^0$ - является точкой экстремума функции $f(\overline{x})$, и в этой точке существуют частные производные, тогда $\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{\overline{x} = \overline{x}^0} = 0, \quad i = \overline{1,n}$ (1)

Обобщение: если $\overline{x}^0$ - точка экстремума, то в этой точке либо выполняется формула (1), либо производная не определена. Определение: точки, в которых выполняется условие (1), называются точками экстремума функции $z = f(\overline{x})$. Сейчас изложим достаточные условия существования экстремумов функции многих переменных. Для этого вспомним некоторые сведения из теории квадратичных форм.

Определение: квадратичная формаб $Ax = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j$ (2) $a_{ij} = a_{ji}$ (3)называется положительно (отрицательно) определённой, если $Ax > 0$ (соответственно $Ax < 0$) для любого $x \in \overline{G}$, при условии $\overline{x} \neq (0,0,\dots,0)$, и обращается в ноль, только при $\overline{x} = \overline{0}$

РАЗДЕЛ 4. ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОМУ ПРАКТИКУМУ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ОП 13 Численные методы*

4.1. Общие положения

Применение численных методов без использования ЭВМ являются сложными и требуют больших временных затрат. Поэтому они не дают возможности почувствовать элемент новизны в изучаемом материале, изменять произвольно условия задач и т.д. Поэтому в данных указаниях предлагается использовать универсальные математические пакеты и информационные технологии в частности, применение электронных таблиц и языков программирования.

В настоящих методических указаниях приводится описание десяти лабораторных работ, выполняемых студентами. Каждая работа посвящена рассмотрению одного из разделов методов приближенных вычислений. Приближенные методы вычислений находят широкое применение при решении конкретных практических задач. Для большинства задач, встречающихся в различных приложениях математики, приближенные методы являются единственно возможными. Алгоритмы методов позволяют составлять программы для расчетов, что открывает широкие возможности для использования современной вычислительной техники.

Описание всех лабораторных работ составлено по единому плану: сначала даются основы теории, затем формулируется цель работы, приведен порядок выполнения вычислений, разобран пример использования метода, предложены вопросы для самоконтроля понимания материала и задания для самостоятельного решения. В приложениях даны примеры реализации описанных методов в электронных таблицах Excel.

Предполагается, что отчет по работе должен содержать следующие пункты:

- Цель работы
- Исходные данные
- Основные формулы
- Результаты расчетов, таблицы, графики
- Выводы

Весь материал разбит на десять лабораторных работ. На каждом занятии студент получает индивидуальное задание, которое выполняет самостоятельно под руководством преподавателя. В конце каждой лабораторной работы приведены варианты заданий, контрольные вопросы и примеры, демонстрирующие способы решения поставленных задач с помощью математических пакетов.

Таким образом, методические указания позволяют, во-первых, интенсифицировать практическую составляющую обучения численным методам и, во-вторых, обучить студентов навыкам использования основных универсальных математических пакетов.

Методические указания могут также быть использованы для проведения лабораторно-практических занятий в лаборатории вычислительной техники .

4.2. Задания для лабораторных работ (сборник для студентов)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Вычисление погрешностей результатов

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР1 Заданы три числа: a, b, c и известно, что абсолютная погрешность каждого из чисел равна Δa

1. Запишите числа и подчеркните в них значащие цифры
2. Выберите и запишите число с наибольшим числом значащих цифр
3. Запишите число, в котором наименьшее число верных в широком смысле цифр
4. Запишите число, в котором наибольшее число верных в строгом смысле цифр
5. Вычислите и запишите абсолютную погрешность алгебраической суммы всех заданных чисел

Исходные данные для типового задания ЛР1

Вариант	Δa	***a***	***b***	***c***
1	0,01	10.4920	0.00456200	0.03589
2	0,001	3,44	6,22	0,149
3	0,01	4,05	6,723	0,03254
4	0,001	0,7219	135,347	0,013
5	0,01	3,672	4,63	0,0278
6	0,001	1,24734	0,346	0,051
7	0,01	11,775	0,0937	5,081
8	0,001	0,0399	4,83	0,072
9	0,01	0,0399	4,83	0,072
10	0,001	4,574	1,40	1,1236
11	0,01	12,72	0,34	0,0290
12	0,001	3,49	0,845	0,0037
13	0,01	0,0976	2,371	1,15874
14	0,001	82,3574	34,1	7,00493
15	0,01	0,11587	4,25	3,00971
16	0,001	3,71452	3,03	0,765
17	0,01	7,345	0,31	0,09872
18	0,001	1,1236	4,574	0,0399
19	0,01	0,0290	12,72	0,0399
20	0,001	0,0037	3,49	4,574
21	0,01	1,15874	0,0976	12,72
22	0,001	7,00493	82,3574	3,49
23	0,01	3,00971	0,11587	0,0976
24	0,001	0,765	4,83	82,3574
25	0,01	0,09872	4,83	0,11587
26	0,001	82,3574	1,40	7,00493
27	0,01	0,11587	0,09872	3,00971
28	0,001	1,75	1,21	0,041
29	0,01	18,0354	3,7251	0,071
30	0,001	0,113	0,1056	89,4
31	0,01	0,317	3,27	4,7561

УКАЗАНИЕ: Задание, соответствующее данной лабораторной работе, выбирается студентом из прилагаемой ниже таблицы с исходными данными согласно своему варианту.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

Локализация корней уравнения

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР2. Приведите решение численной задачи

Локализуйте корни уравнения на отрезке $[a; b]$ с точностью до $1*10^{-2}$

А) графически I способом
Б) графически II способом
В) программным способом

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3
Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом половинного деления

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР3. Приведите решение численной задачи
Используя аппарат численных методов, уточните методом половинного деления наибольший из корней уравнения на отрезке $[a; b]$ с точностью до $1*10^{-4}$
А) вручную, с помощью вычислений в таблице
Б) программным методом

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4
Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом хорд

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР4. Приведите решение численной задачи
Используя аппарат численных методов, уточните методом хорд наибольший из корней уравнения на отрезке $[a; b]$ с точностью до $1*10^{-4}$
А) вручную, с помощью вычислений в таблице
Б) программным методом

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5
Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом касательных

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР5 Приведите решение численной задачи
Используя аппарат численных методов, уточните методом касательных наибольший из корней уравнения на отрезке $[a; b]$ с точностью до $1*10^{-4}$
А) вручную, с помощью вычислений в таблице
Б) программным методом

Исходные данные для типовых заданий ЛР2, ЛР3, ЛР4, ЛР5

Вариант	*Уравнение*	*a*	*b*
1	$\sin 2x - \ln x = 0$	1	2
2	$1 - 3x + x^5 = 0$	0	1
3	$x - 10 \sin x = 0$	0	2
4	$x - x^3 + 2 = 0$	1	2
5	$\ln(x) = \sin(x)$	1	3
6	$x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x = 0$	-4	0
7	$x^4 - 3x^3 - 2x^2 + x = 0$	-1	1
8	$5x^4 - 3x^3 - 2x^2 + x = 0$	-2	0
9	$x^3 - 0{,}2x^2 - 0{,}2x - 1{,}2 = 0$	0	2
10	$1 - 3x + x^4 = 0$	0	1
11	$x - 0{,}5 = x^8$	0	0,5
12	$x + 5 = x^3$	1	2
13	$x^3 - 6x + 2 = 0$	0	1
14	$2 - x + x^3 = 0$	-2	0
15	$\sin(x) = 1/x$	0	$\pi/2$
16	$x^3 - x - 1 = 0$	1	2
17	$tg(x) = 1/x$	0	$\pi/2$
18	$\ln(x) = 1/x$	1	2
19	$\ln(x) = 1/x^2$	1	2
20	$x^4 - 20x^3 + 10x^2 - 20x + 1 = 0$	-1	1
21	$x - x^3 + 1 = 0$	1	2
22	$x + 3 = x^3$	1	2
23	$x + x^3 - 5 = 0$	1	2
24	$2x + x^5 - 1 = 0$	0	1
25	$1 - x + x^3 = 0$	-2	0
26	$1 + x = x^3$	0	2
27	$\sin(x) = x/3$	$\pi/2$	π
28	$tg(x) = 1/x$	1,6	4,5
29	$\cos(x) = 1/x$	0	$\pi/2$
30	$\cos(x) = x^2$	0	$\pi/2$
31	$1 - 3x + x^3 = 0$	0	1

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

Решение систем линейных уравнений приближенными методами

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР6. Приведите решение численной задачи

Используя аппарат численных методов, решите СЛАУ

А) с помощью вычислений в электронной таблице

Б) программным методом

Исходные данные к ЛР6

1. Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $A^3X=B$ и вычислить значение квадратичной формы $z = Y^T A^T A^2 Y$, где .

1.
$$A = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 4 & 7 \\ 4 & 6 & 8 & 7 \\ 5 & 8 & 7 & 6 \\ 5 & 6 & 8 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2. Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $A^2A^TX=B$ и вычислить значение квадратичной формы $z = Y^T A^3 Y$, где

2.
$$A = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 & 8 \\ 4 & 6 & 7 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 4 & 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

3. Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $AA^TAX=B$ и вычислить значение квадратичной формы $z = Y^TA^TA^3Y$, где

$$A=\begin{pmatrix}2&3&5&2\\5&2&7&5\\4&2&1&7\\7&5&4&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}3\\2\\3\\2\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}3\\1\\2\\2\end{pmatrix}.$$

4. Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $A^2A^TAX=B$ и вычислить значение квадратичной формы $z = Y^TA^TAA^TY$, где

$$A=\begin{pmatrix}1&4&2&5\\4&4&5&3\\1&2&6&8\\3&7&3&2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}3\\8\\1\\7\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}1\\2\\5\\1\end{pmatrix}$$

5. Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $AA^TA^2X=B$ и вычислить значение квадратичной формы $z = Y^TA^3A^TY$, где

$$A=\begin{pmatrix}9&6&3&8\\4&6&7&4\\2&3&5&3\\4&8&3&7\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}3\\1\\4\\2\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}3\\5\\1\\3\end{pmatrix}.$$

6. Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $A^3A^TX=B$ и вычислить значение квадратичной формы $z = Y^TA^2A^TAY$, где

$$\begin{pmatrix}2&4&7&4\\4&1&6&2\\8&3&6&7\\6&3&5&7\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2\\0\\3\\1\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}2\\1\\4\\1\end{pmatrix}.$$

7. Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $A^TA^3X=B$ и вычислить значение квадратичной формы $z = Y^TAA^TA^2Y$, где

$$A=\begin{pmatrix}3&3&4&5\\2&6&4&6\\3&4&5&5\\1&9&3&6\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1\\4\\0\\3\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}1\\2\\1\\2\end{pmatrix}.$$

8. Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $AA^TA^2X=B$ и вычислить значение квадратичной формы $z = Y^TA^2A^TAY$, где

$$A=\begin{pmatrix}2&1&5&2\\5&2&2&6\\2&2&1&2\\1&3&3&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1\\3\\0\\2\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}3\\1\\2\\1\end{pmatrix}.$$

9. Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $A^TAA^TX=B$ и вычислить значение квадратичной формы $z = Y^TAA^TAA^TY$, где

$$A=\begin{pmatrix}7&6&2&7\\4&9&5&5\\2&3&4&9\\1&5&6&9\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}3\\2\\0\\2\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}1\\1\\3\\3\end{pmatrix}.$$

10. Решить системы линейных уравнений $AX=B$, $A^2A^TAX=B$ и вычислить значение квадратичной формы $z = Y^TAA^TAA^TY$, где

$$A=\begin{pmatrix}3&6&5&2\\4&6&3&5\\2&3&2&6\\2&4&3&6\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}3\\0\\4\\3\end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix}2\\0\\1\\1\end{pmatrix}.$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

Составление интерполяционных формул Лагранжа

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР7. Приведите решение численной задачи

По заданной в табличной форме функции составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа, и получить значение этой функции в точке ***Z***

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

Нахождение интерполяционных многочленов сплайнами

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР8. Приведите решение численной задачи

Для функции, заданной таблицей узловых значений, вычислите коэффициенты и составьте формулы кубического сплайна. Результаты интерполирования проверьте путем вычисления значений сплайна в узловых точкахПо заданной в табличной форме функции составить формулу кубического сплайна, и получить значение этой функции в точке **Z**

.

Исходные данные к ЛР 7 и ЛР8

Вариант	X_0	X_1	X_2	X_3	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Z
1.	-1	0	3	4	-3	5	2	-6	1
2.	2	3	5	6	4	1	7	2	4
3.	0	2	3	5	-1	-4	2	-8	1
4.	7	9	13	15	2	-2	3	-4	10
5.	-3	-1	3	5	7	-1	4	-6	0
6.	1	2	4	7	-3	-7	2	8	3
7.	-1	-1	2	4	4	9	1	6	0
8.	2	4	5	7	9	-3	6	-2	3
9.	-4	-2	0	3	2	8	5	10	1
10.	-1	1.5	3	5	4	-7	1	-8	0
11.	2	4	7	8	-1	-6	3	12	3
12.	-9	-7	-4	-1	3	-3	4	-9	-2
13.	0	1	4	6	7	-1	8	2	2
14.	-8	-5	0	2	9	-2	4	6	1
15.	-7	-5	-4	-1	4	-4	5	10	-2
16.	1	4	9	11	-2	9	3	-7	10
17.	7	8	10	13	6	-2	7	-10	11
18.	-4	0	2	5	4	8	-2	-9	1
19.	-3	-1	1	3	11	-1	6	-2	0
20.	0	3	8	11	1	5	-4	-8	10
21.	-1	0	3	4	-3	5	2	-6	1
22.	2	3	5	6	4	1	7	2	4
23.	0	2	3	5	-1	-4	2	-8	1
24.	7	9	13	15	2	-2	3	-4	11
25.	-3	-1	3	5	7	-1	4	-6	1
26.	1	2	4	7	-3	-7	2	8	5
27.	-1	-1	2	4	4	9	1	6	1
28.	2	4	5	7	9	-3	6	-2	6
29.	-4	-2	0	3	2	8	5	10	-1
30.	-1	1.5	3	5	4	-7	1	-8	1

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9

Составление интерполяционных формул Ньютона

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР9. Приведите решение численной задачи

Используя интерполяционные формулы Ньютона, для функции Y(x), заданной равномерной сеткой, вычислите $y(x_1)$ и $y(x_2)$.

	Таблица 2.1	**Таблица 2.2**	**Таблица 2.3**	**Таблица 2.4**
	sin x	***cos x***	***cos x***	***cos x***
1.	0.56464	0.99375	0.89121	0.54090
2.	0.60519	0.99500	0.91276	0.49757
3.	0.64422	0.99877	0.93204	0.45360
4.	0.68164	0.98007	0.94898	0.40849
5.	0.71736	0.96891	0.96356	0.36236
6.	0.75128	0.95534	0.97572	0.31532
7.	0.78333	0.93937	0.98545	0.26750
8.	0.81342	0.92106	0.99271	0.21901
9.	0.84147	0.90045	0.99749	0.16997
10.	0.86742	0.87758	0.99973	0.12050
11.	0.89121	0.85252	0.99957	0.07074

Исходные данные для ЛР9

Вариант	Таблица	a	b	h	x_1	x_2
1.	2.1	0.60	0.70	0.01	0.605	0.695
2.	2.2	0.15	0.35	0.025	0.16	0.34
3.	2.3	1.15	1.25	0.01	1.155	1.245
4.	2.1	0.65	0.85	0.025	0.66	0.84
5.	2.2	0.20	0.40	0.02	0.21	0.39
6.	2.3	1.15	1.25	0.01	1.155	1.245
7.	2.2	0.35	0.55	0.01	0.355	0.545
8.	2.4	1.05	1.25	0.025	1.06	1.24
9.	2.3	1.35	1.60	0.02	1.36	1.59
10.	2.4	1.25	1.45	0.01	1.255	1.445
11.	2.1	0.60	0.70	0.01	0.605	0.695
12.	2.2	0.15	0.35	0.025	0.16	0.34
13.	2.3	1.15	1.25	0.01	1.155	1.245
14.	2.1	0.65	0.85	0.025	0.66	0.84
15.	2.2	0.20	0.40	0.02	0.21	0.39
16.	2.3	1.15	1.25	0.01	1.155	1.245
17.	2.2	0.35	0.55	0.01	0.355	0.545
18.	2.4	1.05	1.25	0.025	1.06	1.24
19.	2.3	1.35	1.60	0.02	1.36	1.59
20.	2.4	1.25	1.45	0.01	1.255	1.445
21.	2.1	0.65	0.75	0.01	0.652	0.745
22.	2.2	0.30	0.45	0.025	0.01	0.445
23.	2.3	1.45	1.55	0.01	1.455	1.545
24.	2.4	1.20	1.40	0.02	0.21	1.39
25.	2.2	0.10	0.20	0.01	0.105	0.195
26.	2.3	1.10	1.30	0.02	1.11	1.29
27.	2.4	1.05	1.25	0.025	1.06	1.24
28.	2.1	0.70	0.90	0.02	0.71	0.89
29.	2.3	1.25	1.50	0.025	1.26	1.49
30.	2.4	1.00	1.10	0.01	1.005	1.095

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10

Вычисление интегралов

ПР10. Приведите решение численной задачи

Вычислите интеграл от заданной функции f(x) на отрезке [$a;b$] при делении отрезка на 10 равных частей двумя способами по формулам: 1)трапеций; 2) Симпсона.

Сопоставьте результаты методов интегрирования и укажите верные цифры в полученных результатах.

Исходные данные для ЛР10

Вариант	$f(x)$	*a*	*b*
1	$0,37e^{\sin x}$	0	1
2	$0,5 + x\lg x$	1	2
3	$(x+1,9)\sin(x/3)$	1	2
4	$\frac{1}{x}\ln(x+2)$	2	3

Вариант	$f(x)$	*a*	*b*
5	$\frac{3\cos x}{2x+1,7}$	0	1
6	$(2x+0,6)\cos(x/2)$	1	2
7	$2,6x^2\ln x$	1,2	2,2
8	$(x^2+1)\sin(x-0,5)$	0,5	1,5

Вариант	$f(x)$	a	b
9	$x^2\cos(x/4)$	1	2
10	$\frac{\sin(0{,}2x-3)}{x^2+1}$	0,5	1,5
11	$3x+\ln x$	1	2
12	$4xe^{x^2}$	-1	0
13	$3x^2+tgx$	-0,5	0,5
14	$\frac{3x^2+\sin x}{x^2+1}$	0	1
15	$3xe^{\cos x}$	0,2	1,2
16	$x^2tg\frac{x}{2}$	1,5	2,5
17	$\sqrt{x}e^{-x}$	0,1	1,1
18	$3{,}1x\ln^2 x$	1,2	2,2
19	$\frac{x^2+\sin 3x}{x^2+1}$	1	2
20	$(x-3{,}1)e^{tgx}$	0	1

Вариант	$f(x)$	a	b
21	$(x+2)\sin(x/4)$	0	1
22	$\frac{3\cos x}{2x+1{,}7}$	1	2
23	$(3x+0{,}6)\cos(x/3)$	1	2
24	$1{,}6x^3\ln x$	2	3
25	$(x^2+1)\sin(x-0{,}8)$	0,8	1,8
26	$x^3\cos(x/3)$	2	3
27	$\frac{\sin(x-3)}{x^2+1}$	3	4
28	$3x+\ln 3x$	2	3
29	$\frac{x^2+\sin 3x}{x^2+1}$	0	1
30	$(3x+0{,}6)\sin(x/2)$	1	2
31	$\sqrt[3]{x}e^{-x}$	0,1	1,1

4.3. Методические указания к выполнению лабораторных работ (образец выполнения)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

Вычисление погрешностей результатов

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР1_Заданы три числа: *a, b, c* и известно, что абсолютная погрешность каждого из чисел равна Δa

1. Запишите числа и подчеркните в них значащие цифры
2. Выберите и запишите число с наибольшим числом значащих цифр
3. Запишите число, в котором наименьшее число верных в широком смысле цифр
4. Запишите число, в котором наибольшее число верных в строгом смысле цифр
5. Вычислите и запишите абсолютную погрешность алгебраической суммы всех заданных чисел

Образец выполнения лабораторной работы:

Задача

Произвести указанные действия и и определить абсолютные и относительные погрешности результатов (исходные числа заданы верными в строгом смысле цифрами)

18,437 + 24,9

Решение

Если числа заданы верными в строгом смысле цифрами, то границы их абсолютных погрешностей можно определить по половине наименьшего разряда:

A = 18,437; ∆A -= 0,001/2 = 0,0005

B = 24,9; ∆B -= 0,1/2 = 0,05

Тогда абсолютная погрешность суммы этих чисел не будет превосходить суммы абсолютных погрешностей слагаемых:

$S = 18,437 + 24,9 = 43,337$
$\Delta S = \Delta A + \Delta B = 0,0005 + 0,05 = 0,0505 \approx 0,06$ (Округляем с избытком до первой значащей цифры)
Относительная погрешность результата равна отношению абсолютной погрешности к модулю числа:
$\delta S = \Delta S / S = 0,06 / 43,337 = 0,001384 \approx 0,002$ (Округляем с избытком до первой значащей цифры)
Ответ:
$S = 18,437 + 24,9 = 43,337$
$\Delta S \approx 0,06$
$\delta S \approx 0,002$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

Локализация корней уравнения

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР2. Приведите решение численной задачи
Локализуйте корни уравнения на отрезке $[a; b]$ с точностью до $1*10^{-2}$
А) графически I способом
Б) графически II способом
В) программным способом

Содержание лабораторной работы

1. Локализовать графически большие корни уравнений
2. Привести оба уравнения на этих отрезках к виду, пригодному для применения метода итераций.
3. Составить программы всех трех методов с подсчетом числа шагов, требуемых для решения уравнения с заданной точностью ε.

Работа в лаборатории.

1. Ввести и отладить домашние программы. Протестировать на контрольных примерах.
2. Исполнить программы для своих уравнений.

ОТЧЕТ должен содержать:

1. Название, цель работы.
2. Локализацию корней своих уравнений графическим способом
3. Текст программы для каждого из трех методов.
4. Ответы и количество шагов в каждом из методов для получения точности ε=1e-4.

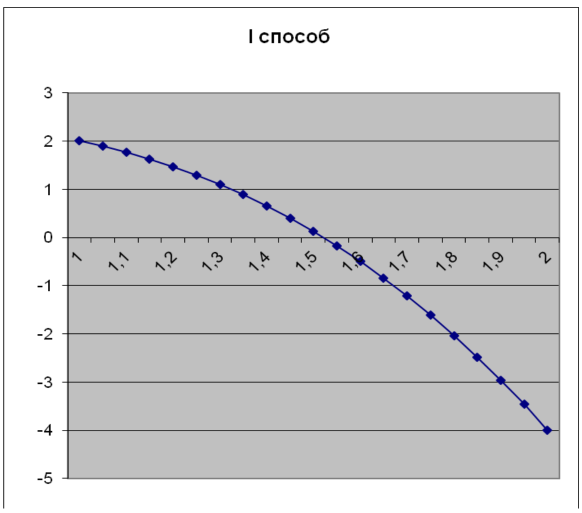
Образец выполнения лабораторной работы:

Исходные данные

Уравнение	*a*	*b*
$x - x^3 + 2 = 0$	1	2

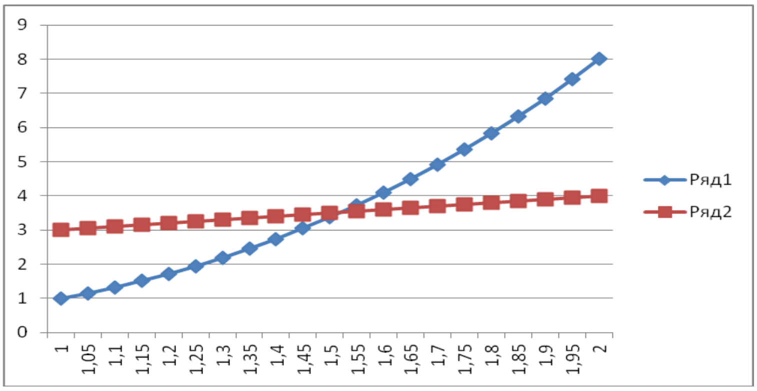
РЕШЕНИЕ

А) Для графического отделения корней уравнения $x - x^3 + 2 = 0$ построим график функции $y = x - x^3 + 2$



Ответ: Уравнение имеет один корень: $x1 \in [1.5; 1,6]$

Б). Для графического отделения корней уравнения $x - x^3 + 2 = 0$ II способом построим графики функций y=x3 и y= x+2



Ответ: Уравнение имеет один корень: x1 ∈ [1.5; 1,6]

В) Составим программу

```
Program Separat_root;
uses crt;
var a,b,x1,x2,y1,y2,h:real; n,k:integer;

function f(x:real):real; {уравнение вида F(x)=0}
 begin  f:=- x*x*x +x +2
 end;

 begin
   clrscr;

  writeln('Введите a,b,h'); read(a,b,h);
  k:=0; x1:=a; x2:=x1+h; y1:=f(x1);
  while x2<b do
     begin y2:=f(x2);
         if y1*y2<0 then
            begin inc(k);
               writeln(k,'-й корень
                  [',x1:4:1,';',x2:4:1,']')
            end;
         x1:=x2; x2:=x1+h; y1:=y2;
     end;
  repeat until keypressed
end.
```

Результат выполнения программы:

Введите a, b,h

1 2 0,01

1 корень [1,52;1,53]

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом половинного деления

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР3. Приведите решение численной задачи

Используя аппарат численных методов, уточните методом половинного деления наибольший из корней уравнения на отрезке [*a*; *b*] с точностью до $1*10^{-4}$

А) вручную, с помощью вычислений в таблице

Б) программным методом

Образец выполнения лабораторной работы:

А) Уточним корень методом половинного деления с точностью до 0,0001 .

В нашем примере $F(x) = x - x^3 + 2$; $\varepsilon = 0,0001$; $a = 1,52$; $b = 1,53$

№ шага	a	b	c	b-a>e	F(a)*F(c) = (a^3-0,2a^2-0,2a-1,2)*(c-0,2c^2-0,2c-1,2)	
1	1,52	1,53	1,525	0,01	-0,00018	<0
2	1,52	1,525	1,5225	0,005	-5,5E-05	<0
3	1,52	1,5225	1,52125	0,0025	6,31E-06	>0
4	1,52125	1,5225	1,521875	0,00125	-2,3E-06	<0
5	1,52125	1,521875	1,521563	0,000625	-8,4E-07	<0
6	1,52125	1,521563	1,521406	0,000312	-1,2E-07	<0
7	1,52125	1,521406	1,521328	0,000156	2,36E-07	>0
8	1,521328	1,521406	1,521367	0,0000781	2,28E-08	>0

X = (a+b)/2 =1,521367 ≈1,52137, Δ = (b - a)/2 =0,0000781/2 =0,0000390625 ≈0,00004

Ответ: ***X = 1,52137± 0,00004***

Б) составим следующую программу:

```
Program divide_half;
uses crt;
type T=real;
var a,b,c,eps,x:T;
function f(x:T):T;
begin f:=- x*x*x +x +2
end;
begin
clrscr;
     writeln('Введите a,b,eps');
     read(a,b,eps);
     repeat
        c:=(a+b)/2;
        if f(a)*f(c)<0 then b:=c else a:=c;
     until b-a<=eps;
        x:=(a+b)/2;
        writeln('x=',x);
repeat until keypressed
end.
```

Результат выполнения программы:

Введите a, b,eps

1.52 1.53 0,0001

x = 1.5214

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом хорд

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР4. Приведите решение численной задачи

Используя аппарат численных методов, уточните методом хорд наибольший из корней уравнения на отрезке [*a; b*] с точностью до $1*10^{-4}$

А) вручную, с помощью вычислений в таблице

Б) программным методом

Образец выполнения лабораторной работы:

Исходные данные

Уравнение	*a*	*b*
x - x3 + 2 = 0	***1***	***2***

РЕШЕНИЕ

А)

$$x_{n+1} = \frac{cF(x_n) - x_n F(c)}{F(x_n) - F(c)},$$

Проверим выполнение условия $F(x)*F''(x) > 0$

$F(x) = x - x^3 + 2$

$F'(x) = 1 - 3x^2$

$F''(x) = -6x$

Для точки x_0=1,52

$F(x)\ F''(x) < 0$; следовательно x_0=1,52, c=1,53

Реккурентная формула метода хорд примет вид:

$X_{n+1} = (1.53*(x_n - x_n^3 + 2) - x_n *(-0.05))/(x_n - x_n^3 + 2)-(-0.05)) = (-1.53* x_n^3+1.58x_n+3.06)/(x_n - x_n^3 + 2.05)$

Точность метода

$$|x_n - \xi| \le \frac{|F(x_n)|}{m}, \quad m = \min_{[a;\,b]} |F'(x)|.$$

m=5.93, тогда погрешность $|x_n - \xi| \le \frac{|F(x_n)|}{m}$, $= (x_n - x_n^3 + 2)/5.93$

Решение приведем в таблице:

МЕТОД ХОРД			
n	***x_n***	***x_{n+1}***	***погрешность***
0	1,52	1,521408	-2,81127E-05
1			

Уже на 1 шаге точность составит искомую.

Ответ: ***X = 1,521408 ± 0,000003***

Б) программный способ:

```
Program MethodHorda;
uses Crt;
var x,eps,a,b,c:real;
    n:integer;
function f(x:real):real;
begin  f:=- x*x*x +x +2
 end;
begin
 clrscr;
 writeln('Введите значения* a и b');
 readln(a,b);
 writeLn('Введите точность eps');
 readln(eps);
 clrscr;
 n := 0;
 repeat
   c:=(f(b)*a-f(a)*b)/(f(b)-f(a));
   if f(a)*f(c) > 0 then a := c
   else b := c;
   Inc(n)
 until abs((f(b)*a-f(a)*b)/(f(b)-f(a))-c)<eps;

 x := c;
 writeLn('Корень x=', x:10:7);
```

```
 writeLn('Количество итераций =  ',n);
 readkey
end.
```

Результат выполнения программы:

Введите a, b,eps
 1.52   1.53   0,0001
x = 1.521408
количество итераций-1

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5

Решение алгебраических и трансцендентных уравнений методом касательных

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР5 Приведите решение численной задачи

Используя аппарат численных методов, уточните методом касательных наибольший из корней уравнения на отрезке [*a*; *b*] с точностью до $1*10^{-4}$

А) вручную, с помощью вычислений в таблице

Б) программным методом

Образец выполнения лабораторной работы:

РЕШЕНИЕ

А)

$$x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)} \quad (n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots).$$

Проверим выполнение условия $F(x)*F''(x) > 0$

$F(x) = x - x^3 + 2$

$F'(x) = 1 - 3x^2$

$F''(x) = -6x$

Для точки x_0=1,52

$F(x)\,F''(x) < 0$; следовательно x_0=1,53, c=1,52

Реккурентная формула метода касательных примет вид:

$X_{n+1} = x_n - (x_n - x_n^3 + 2)/(1 - 3x_n^2) = (-2 - 2x_n^3)/(1 - 3x_n^2)$

Точность метода

$$|x_n - \xi| \le \frac{|F(x_n)|}{m}, \quad m = \min_{[a;\, b]} |F'(x)|.$$

m=5.93, тогда погрешность $|x_n - \xi| \le \frac{|F(x_n)|}{m}$, $= (x_n - x_n^3 + 2)/5.93$

Решение приведем в таблице:

МЕТОД КАСАТЕЛЬНЫХ			
n	***xn***	***xn+1***	***погрешность***
0	1,53	1,5214362	***-4,55432E-05***

Уже на 1 шаге точность составит искомую.

Ответ: ***X = 1,52144 ± 0,00005***

Б) программным методом

Реализуем этот метод на языке программирования Turbo Pascal 7.0

```
uses crt;
var b, e, c, x, i: real;        {описываем: правый конец отрезка, точность, корень, i, x
- приближения}
   function f(y: real): real;      {описание функции}
begin  f:=- x*x*x +x +2
  end;
  function h(z: real): real;      {описание производной функции}
begin  h:=-3*x*x+1
  end;
function h(z: real): real;      {описание производной функции}
  begin
  h:=10-2*z*cos(sqr(z))+2*z*sin(sqr(z));
  end;
begin
clrscr;
b:=0;         {начальное приближение}
write('e='); readln(e);      {задание точности}
x:=b;
i:=x-f(x)/h(x);       {вычисление первого приближения}
while abs(x-i)>e do         {пока расстояние между соседними приближениями
больше точности, выполнять}
   begin
   x:=g;     {переприсвоение правого конца отрезка}
   g:=x-f(x)/h(x);   {вычисление точки пересечения касательной с осью OX}

  end;
c:=(x+g)/2;           {вычисление корня}
writeln ('x=',c:3:5,'  f(x)=',f(c):4:5);      {вывод значения корня и функции}
readln;
end.
```

<u>Результат выполнения программы:</u>
x = 1.52144
количество итераций-1

<u>ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6</u>
Решение систем линейных уравнений приближенными методами

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач. Изучение возможностей пакета Ms Excel при решении задач линейной алгебры. Приобретение навыков решения систем линейных алгебраических уравнений и выполнение действий над матрицами средствами пакета.

ЛР6. <u>Приведите решение численной задачи</u>
Используя аппарат численных методов, решите СЛАУ
А) с помощью вычислений в электронной таблице
Б) программным методом

<u>Образец выполнения лабораторной работы:</u>

Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)
Пусть задана СЛАУ следующего вида:

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ &\qquad \dots \\ &a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{aligned}$$

Эту систему можно представить в матричном виде: AX = b, где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & & \cdots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$ - матрица коэффициентов системы уравнений;

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix}$$ - вектор неизвестных, $$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{pmatrix}$$ - вектор правых частей.

При выполнении лабораторной работы систему линейных алгебраических уравнений необходимо будет решать методом обратной матрицы или методом Крамера. Вспомним основные формулы, используемые в этих методах.

Метод обратной матрицы

Систему линейных алгебраических уравнений AX = b умножим слева на матрицу, обратную к A. Система уравнений примет вид:

$$A^{-1}AX=A^{-1}b \rightarrow EX=A^{-1}b, \text{ (E - единичная матрица)}$$

Таким образом, вектор неизвестных вычисляется по формуле $\mathbf{X=A^{-1}b}$.

Метод Крамера

В этом случае неизвестные $x_1, x_2, \ldots, x_n$ вычисляются по формуле:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \quad i = 1, \ldots, n$$

Где Δ - определитель матрицы A, Δi - определитель матрицы, получаемой из матрицы A путем замены i-го столбца вектором b.

Обратите внимание на особенность работы с матричными формулами: необходимо предварительно выделять область, в которой будет храниться результат, а после получения результата преобразовывать его к матричному виду, нажав клавиши **F2** и **Ctrl+Shift+Enter**.

Теперь рассмотрим решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы и методом Крамера на следующих примерах.

ПРИМЕР 1. Решить систему методом обратной матрицы:

$$\begin{cases} x_2 - 13x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 21x_2 - 5x_4 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

В этом случае матрица коэффициентов A и вектор свободных коэффициентов b имеют вид:

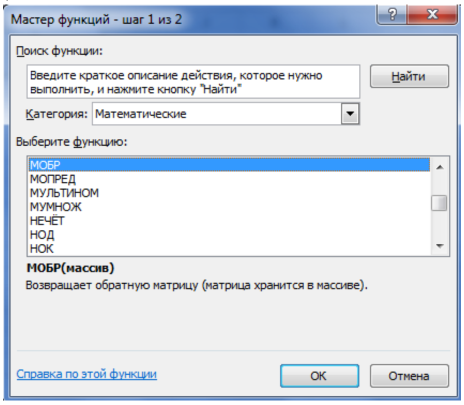
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -13 & 4 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 21 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Введём матрицу A и вектор b в рабочий лист MS Excel.

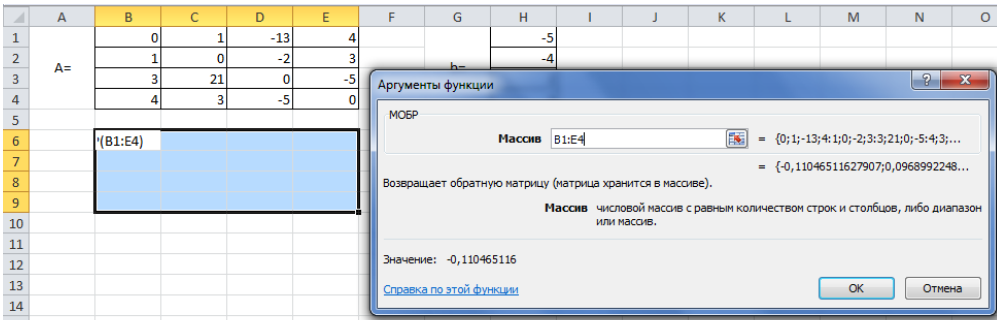
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		0	1	-13	4			-5	
2	A=	1	0	-2	3		b=	-4	
3		3	21	0	-5			2	
4		4	3	-5	0			3	
5									

В нашем случае матрица **A** находится в ячейках **B1:E4**, а вектор **b** в диапазоне H**1:H4**.

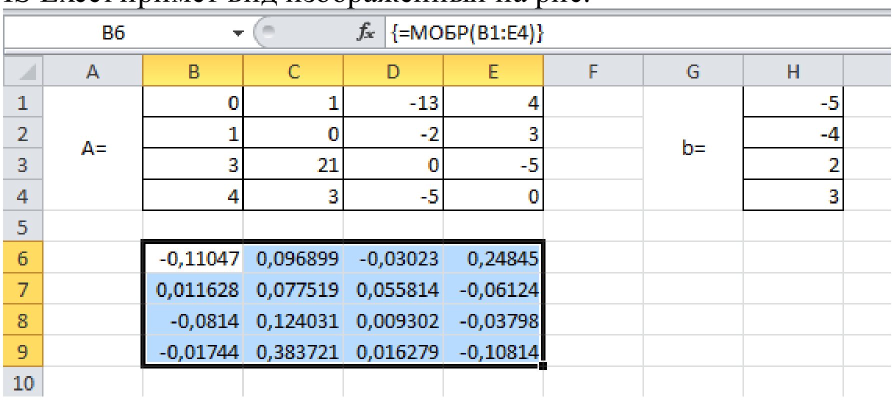
Для решения системы методом *обратной матрицы* необходимо вычислить матрицу, обратную к **A**. Для этого выделим ячейки для хранения обратной матрицы (**это нужно сделать обязательно!!!**); пусть в нашем случае это будут ячейки **B6:E9**. Теперь обратимся к мастеру функций, и в категории Математические выберем функцию **МОБР**, предназначенную для вычисления обратной матрицы, щелкнув по кнопке **OK**, перейдём ко второму шагу мастера функций.



В диалоговом окне, появляющемся на втором шаге мастера функций, необходимо заполнить поле ввода Массив. Это поле должно содержать диапазон ячеек, в котором хранится исходная матрица - в нашем случае **B1:E4**. Данные в поле ввода Массив можно ввести, используя клавиатуру или выделив их на рабочем листе, удерживая левую кнопку мыши.

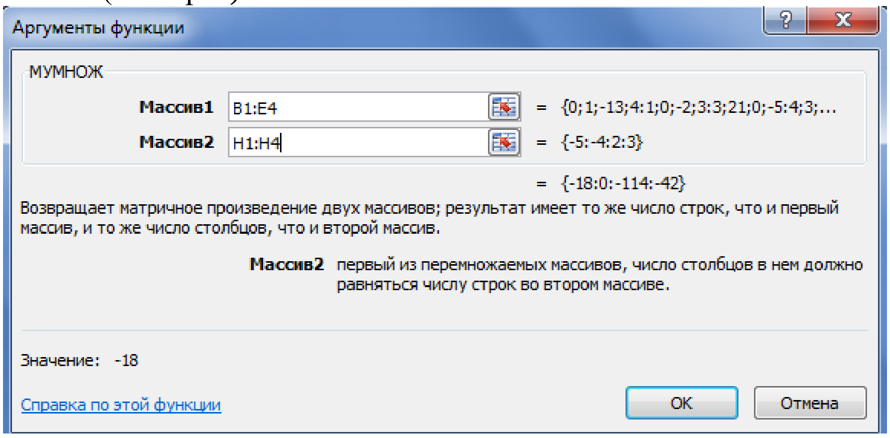


Если поле Массив заполнено, можно нажать кнопку **OK**. В первой ячейке, выделенного под обратную матрицу диапазона, появится некое число. Для того чтобы получить всю обратную матрицу, необходимо нажать клавишу **F2** для перехода в режим редактирования, а затем одновременно клавиши **Ctrl+Shift+Enter**. В нашем случае рабочая книга MS Excel примет вид изображенный на рис.



Теперь необходимо умножить полученную обратную матрицу на вектор **b**. Выделим ячейки для хранения результирующего вектора, например **H6:H9**. Обратимся к мастеру функций, и в категории **Математические** выберем функцию **МУМНОЖ**, которая предназначена для умножения матриц. Напомним, что умножение матриц происходит по правилу строка на столбец и матрицу **A** можно умножить на матрицу **B** только в том случае, если количество столбцов матрицы **A** равно количеству строк матрицы **B**. Кроме того, при умножении матриц важен порядок сомножителей, т.е. **AB≠BA**

Перейдём ко второму шагу мастера функций. Появившееся диалоговое окно содержит два поля ввода **Массив1** и **Массив2**. В поле**Массив1** необходимо ввести диапазон ячеек, в котором содержится первая из перемножаемых матриц, в нашем случае **B6:E9** (обратная матрица), а в поле **Массив2** ячейки, содержащие вторую матрицу, в нашем случае H**1:H4** (вектор **b**).



Если поля ввода заполнены, можно нажать кнопку **OK**. В первой ячейке выделенного диапазона появится соответствующее число результирующего вектора. Для того чтобы получить весь вектор, необходимо нажать клавишу **F2**, а затем одновременно клавиши**Ctrl+Shift+Enter**. В нашем случае результаты вычислений (вектор **x**), находится в ячейках **H6:H9**.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		0	1	-13	4			-5
2	A=	1	0	-2	3		b=	-4
3		3	21	0	-5			2
4		4	3	-5	0			3
5								
6		-0,11047	0,096899	-0,03023	0,24845			0,849612
7	$A^{-1} =$	0,011628	0,077519	0,055814	-0,06124		X=	-0,44031
8		-0,0814	0,124031	0,009302	-0,03798			-0,1845
9		-0,01744	0,383721	0,016279	-0,10814			-1,73953
10								

Для того чтобы проверить, правильно ли решена система уравнений, необходимо умножить матрицу **A** на вектор **x** и получить в результате вектор **b**. Умножение матрицы **A** на вектор **x** осуществляется при помощи функции **МУМНОЖ(B1:E4;H6:H9)**, так как было описанной выше.

В результате проведенных вычислений рабочий лист примет вид изображенный на рис.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		0	1	-13	4			-5			
2	A=	1	0	-2	3		b=	-4			
3		3	21	0	-5			2			-5
4		4	3	-5	0			3		Проверка	-4
5											2
6		-0,11047	0,096899	-0,03023	0,24845			0,849612			3
7	$A^{-1} =$	0,011628	0,077519	0,055814	-0,06124		X=	-0,44031			
8		-0,0814	0,124031	0,009302	-0,03798			-0,1845			
9		-0,01744	0,383721	0,016279	-0,10814			-1,73953			
10											

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №7

Составление интерполяционных формул Лагранжа

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР7. Приведите решение численной задачи

По заданной в табличной форме функции составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа, и получить значение этой функции в точке ***Z***

Содержание лабораторной работы

1.Произвести вспомогательные выкладки для оценки погрешности в своем варианте.

2.Подготовить тексты программ линейной интерполяции и интерполяции по Лагранжу с оценкой погрешности.

Работа в лаборатории.

1.Ответить на вопросы контролирующей программы.

2.Ввести в ЭВМ и отладить программу для вычисления ответа при линейной интерполяции и интерполяции по Лагранжу с оценкой погрешности.

3.Исполнить программу для своего варианта и записать ответы.

4.Вычислить погрешности и записать результаты.

5.Сравнить точное значение погрешности и ее оценку.

6.Оформить и сдать работу.

ОТЧЕТ должен содержать:

1.Название и цель работы, постановку конкретной задачи.

2.Тексты программ линейной интерполяции и интерполяции по Лагранжу с оценкой погрешности.

3.Ответ задачи

Образец выполнения лабораторной работы:

X_0	X_1	X_2	X_3	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Z
-1	1.5	3	5	4	-7	1	-8	0

РЕШЕНИЕ

$$L(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i l_i(x)$$

где $$l_i(x) = \prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} = \frac{x - x_0}{x_i - x_0} \cdots \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \cdots \frac{x - x_n}{x_i - x_n}$$

$$L_3(x) = 4* \frac{(x-1.5)*(x-3)(x-5)}{(-1-1.5)*(-1-3)(-1-5)} -7* \frac{(x+1)*(x-3)(x-5)}{(1.5+1)*(1.5-3)(1.5-5)} +1 \frac{(x+1)*(x-1.5)(x-5)}{(1+3)*(3-1.5)(3-5)} -$$

$$-8 \frac{(x+1)*(x-1.5)(x-3)}{(5+1)*(5-1.5)(5-3)} = 4* \frac{(x-1.5)*(x-3)(x-5)}{(-60)} -7* \frac{(x+1)*(x-3)(x-5)}{(13.125)} + +1 \frac{(x+1)*(x-1.5)(x-5)}{(-12)} - -$$

$$8 \frac{(x+1)*(x-1.5)(x-3)}{(42)} = - \frac{(x-1.5)*(x-3)(x-5)}{(15)} -735* \frac{(x+1)*(x-3)(x-5)}{(8)} - \frac{(x+1)*(x-1.5)(x-5)}{(-12)} -$$

$$4 \frac{(x+1)*(x-1.5)(x-3)}{(21)} = -1/840 * (77461x^3-541702x^2+541807x-1157610)$$

Проверка: $L_3(-1) = 4$

$$L_3(z) = L_3(0) = 1157610/840=13,78$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №8

Нахождение интерполяционных многочленов сплайнами

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР8. Приведите решение численной задачи

Для функции, заданной таблицей узловых значений, вычислите коэффициенты и составьте формулы кубического сплайна. Результаты интерполирования проверьте путем вычисления значений сплайна в узловых точкахПо заданной в табличной форме функции составить формулу кубического сплайна, и получить значение этой функции в точке ***Z***

.

Образец выполнения лабораторной работы:

X_0	X_1	X_2	X_3	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Z
-1	1.5	3	5	4	-7	1	-8	0

РЕШЕНИЕ

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + \frac{c_i}{2}(x - x_i)^2 + \frac{d_i}{6}(x - x_i)^3$$

формулы для вычисления коэффициентов сплайна:

$$a_i = f(x_i)$$

$$h_i c_{i-1} + 2(h_i + h_{i+1})c_i + h_{i+1}c_{i+1} = 6\left(\frac{f_{i+1} - f_i}{h_{i+1}} - \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i}\right), c_0 = c_n = 0$$

$$d_i = \frac{c_i - c_{i-1}}{h_i}$$

$$b_i = \frac{1}{2}h_i c_i - \frac{1}{6}h_i^2 d_i + \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i}$$

a1 = -7
a2 = 1
a3 = -8

h1 = 2.5
h2 = 1.5
h3 = 2

2.5c0+2(2.5+1.5)c1+1.5c2=6((7+1)/1.5-(-7-4)/2.5)
1.5c1+2(2+1.5)c2+2c3=6((-8-1)/2-(7+1)/1.5)
$c_0 = c_n = 0$, тогда
8c1+1.5c2=58.4
1.5c1+7c2= -59
c1= -10.4;
c2= 9.25
c3 = 0

d1=--10.4/2.5 = -4.16
d2= (9.25+10.4)/1.5 =13.1
d3= -9.25/2=-4.63

b1=0.5*2.5(-10.4)-1/6*6.25*(-4.16)+(-11)/2.5 = -13.07
b2= 0.5*1.5*(9.25)-1/6*2.25*13.1+8/1.5 = 7.36
b3= 0.5*2*0-1/6*4*(-4.63)-9/2 = -1.41

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + \frac{c_i}{2}(x - x_i)^2 + \frac{d_i}{6}(x - x_i)^3$$

S_3(x)= -7-13.07*(x-1.5) – 5.2*$(x-1.5)^2$-0.69*$(x-1.5)^3$, x€[-1, 1.5]
1+7.36 (x-3)+4.63*$(x-3)^2$+2.18*$(x-3)^3$, x€[1.5. 3]
-8-1.41(x-5)+0*$(x-5)^2$-0.77*$(x-5)^3$, x€[3. 5]

Упростим:

S_3(x)= -7-13.07*(x-1.5) – 5.2*$(x-1.5)^2$-0.69*$(x-1.5)^3$, x€[-1, 1.5]
1+7.36 (x-3)+4.63*$(x-3)^2$+2.18*$(x-3)^3$, x€[1.5. 3]
-8-1.41(x-5) - 0.77*$(x-5)^3$, x€[3. 5]

S_3(z)= S_3(0)= -7-13.07*(x-1.5) – 5.2*$(x-1.5)^2$-0.69*$(x-1.5)^3$ = -7 - 13.07*(0-1.5) – 5.2*$(0-1.5)^2$-0.69*$(0-1.5)^3$ = 3.235

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №9

Составление интерполяционных формул Ньютона

Цель занятия: научиться применять численные методы при решении практических задач

ЛР9. Приведите решение численной задачи

Используя интерполяционные формулы Ньютона, для функции Y(x), заданной равномерной сеткой, вычислите $y(x_1)$ и $y(x_2)$.

Образец выполнения лабораторной работы:

Таблица	a	b	h	x_1	x_2
2.4	1.25	1.45	0.01	1.255	1.445

РЕШЕНИЕ Составим таблицу конечных разностей:

x	f(x)	Δf	Δ2f	Δ3f	Δ4f	Δ5f
1,25000	0,5409	-0,04333	-0,00064	-0,00050	0,00062	-0,00063
1,26000	0,49757	-0,04397	-0,00114	0,00012	-0,00001	0,00003
1,27000	0,4536	-0,04511	-0,00102	0,00011	0,00002	-0,00004
1,28000	0,40849	-0,04613	-0,00091	0,00013	-0,00002	0,00003
1,29000	0,36236	-0,04704	-0,00078	0,00011	0,00001	-0,00001
1,30000	0,31532	-0,04782	-0,00067	0,00012	0,00000	0,00002
1,31000	0,2675	-0,04849	-0,00055	0,00012	0,00002	0,52005
1,32000	0,21901	-0,04904	-0,00043	0,00014	0,52007	-2,07369
1,33000	0,16997	-0,04947	-0,00029	0,52021	-1,55362	3,09988
1,34000	0,1205	-0,04976	0,51992	-1,03341	1,54626	-2,05961
1,35000	0,07074	0,47016	-0,51349	0,51285	-0,51335	0,51397
1,36000	0,5409	-0,04333	-0,00064	-0,00050	0,00062	-0,00063
1,37000	0,49757	-0,04397	-0,00114	0,00012	-0,00001	0,00003
1,38000	0,4536	-0,04511	-0,00102	0,00011	0,00002	-0,00004
1,39000	0,40849	-0,04613	-0,00091	0,00013	-0,00002	0,00003
1,40000	0,36236	-0,04704	-0,00078	0,00011	0,00001	-0,00001
1,41000	0,31532	-0,04782	-0,00067	0,00012	0,00000	
1,42000	0,2675	-0,04849	-0,00055	0,00012		
1,43000	0,21901	-0,04904	-0,00043			
1,44000	0,16997	-0,04947				
1,45000	0,1205					

Первая интерполяционная формула Ньютона

$$P_n(x) = y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \ldots + \frac{q(q-1)\ldots(q-n+1)}{n!}\Delta^n y_0,$$ где $q = \frac{x - x_0}{h},\ y_i = f_i$,

$\Delta^k y_i$ — конечные разности.

Вторая интерполяционная формула Ньютона

$$P_n(x) = y_n + q\Delta y_{n-1} + \frac{q(q+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \ldots + \frac{q(q+1)\ldots(q+n-1)}{n!}\Delta^n y_0,$$ где $q = \frac{x - x_n}{h}$

	x1	x2
x	1,255	1,445
t	0,5	-0,5
f(x)=	0,519284	0,145274

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10

Вычисление интегралов

ПР10. Приведите решение численной задачи

Вычислите интеграл от заданной функции f(x) на отрезке $[a;b]$ при делении отрезка на 10 равных частей двумя способами по формулам: 1)трапеций; 2) Симпсона.

Сопоставьте результаты методов интегрирования и укажите верные цифры в полученных результатах.

Содержание лабораторной работы

Постановка задачи: С помощью ЭВМ вычислить интеграл функции на указанном отрезке методами прямоугольников, трапеций(n=10) и Симпсона(n=10). Произвести оценку точности ответа методом двойного счета.

Порядок работы:

1.Ответить на вопросы контролирующей программы.

2.Ввести в ЭВМ и отладить программу для вычисления интеграла методами: прямоугольников, трапеций и Симпсона.

3.Исполнить программу для своего варианта и записать ответы.

4.Оформить и сдать работу.

ОТЧЕТ должен содержать:

1. название и цель работы,
2. тексты программ для всех методов,
3. ответы для своего варианта
4. теоретическую оценку точности ответа при решении методом Симпсона.

Образец выполнения лабораторной работы:

$f(x)$	a	b
$\dfrac{\sin(0{,}2x-3)}{x^2+1}$	0,5	1,5

РЕШЕНИЕ

А) формула трапеций:

$$\int_a^b f(x)dx = h\left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}\right).$$

ФОРМУЛА ТРАПЕЦИЙ			
x	y/2	y	
0,5	-0,0957		
0,6		-0,19016	
0,7		-0,1865	
0,8		-0,18112	
0,9		-0,17463	
1		-0,16749	
1,1		-0,16007	
1,2		-0,15262	
1,3		-0,14531	
1,4		-0,13825	
1,5	-0,06575		
Сумма	-0,16145	-1,49616	-1,657613229

I = 0,1*(-1,657613229) = -0.11657613229

Погрешность:

$$|R_n| \le M_2 \frac{|b-a|\cdot h^2}{12}, \qquad \text{где } M_2 = \max_{x\in[a;b]} |f''(x)|.$$

F(x) = (sin(0.2x-3)/(x^2+1)

F'(x) = $\left(\frac{\sin(-3+(0.2)x)}{1+x^2}\right)' = \frac{(0.2)\cos(-3+(0.2)x)+(0.2)\cos(-3+(0.2)x)x^2-2x\sin(-3+(0.2)x)}{(1+x^2)^2}$

F''(x)= $= \frac{-(0.8)\cos(-3+(0.2)x)x^3-(0.04)x^4\sin(-3+(0.2)x)-(2.04)\sin(-3+(0.2)x)-(0.8)\cos(-3+(0.2)x)x+(5.92)\sin(-3+(0.2)x)x^2}{(1+x^2)^3}$

M_2 = 1 тогда погрешность менее

1*(1-0)*0,1^2 /12 = 0,0009

ОТВЕТ: I = -0.1166 ± 0,0009

Б) метод Симпсона

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{2h}{3}\left(\frac{y_0+y_{2m}}{2}+2y_1+y_2+\ldots+2y_{2m-1}\right).$$

ФОРМУЛА СИМПСОНА				
x	y/2	y	2y	
0,5	-0,0957			
0,6			-0,517238699	
0,7		-0,1865		
0,8			-0,594082703	
0,9		-0,17463		
1			-0,6699763	
1,1		-0,16007		
1,2			-0,744798079	
1,3		-0,14531		
1,4			-0,818428339	
1,5	-0,06575			
Сумма	-0,16145	-0,66651	-0,827964504	-1,65593

I = (2*0,1/3)*(-1,65593) = -0,1104

F(x) = (sin(0.2x-3)/(x^2+1)

F'(x) = $\left(\frac{\sin(-3+(0.2)x)}{1+x^2}\right)' = \frac{(0.2)\cos(-3+(0.2)x)+(0.2)\cos(-3+(0.2)x)x^2-2x\sin(-3+(0.2)x)}{(1+x^2)^2}$

F''(x)= $= \frac{-(0.8)\cos(-3+(0.2)x)x^3-(0.04)x^4\sin(-3+(0.2)x)-(2.04)\sin(-3+(0.2)x)-(0.8)\cos(-3+(0.2)x)x+(5.92)\sin(-3+(0.2)x)x^2}{(1+x^2)^3}$

M_2 = 1 тогда погрешность менее

1*(1-0)*0,1^2 /12 = 0,0009

ОТВЕТ: I = -0.1104 ± 0.0009

РАЗДЕЛ 5.КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ОП 13 Численные методы*

5.1. Текущий контроль

В данном разделе представлены задания для текущего контроля по темам рабочей программы

Тема: ***Решение системы линейных уравнений методом Гаусса***

Вопросы для самоконтроля

1. Какие методы решения системы линейных уравнений известны?
2. Каковы достоинства и недостатки каждого из методов?
3. В чем суть и основное содержание метода Гаусса?
4. Прямой и обратный ход метода Гаусса.
5. На каких операциях основывается метод Гаусса?
6. Смысл и назначение каждой из операций.

Задания для самостоятельного решения

1) $\begin{cases} 3{,}21x_1 - 4{,}25x_2 + 2{,}13x_3 = 5{,}05 \\ 7{,}09x_1 + 1{,}17x_2 - 2{,}23x_3 = 4{,}75 \\ 0{,}43x_1 - 1{,}4x_2 - 0{,}62x_3 = -1{,}05 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 1{,}2x_1 + 0{,}18x_2 - 0{,}42x_3 = 1{,}5 \\ 0{,}44x_1 + 0{,}36x_2 + 0{,}12x_3 = 1{,}16 \\ 0{,}36x_1 - 0{,}42x_2 - 0{,}22x_3 = 0{,}15 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 0{,}4x_1 + 0{,}11x_2 + 0{,}18x_3 = 0{,}47 \\ 0{,}28x_1 - 0{,}59x_2 + 0{,}03x_3 = 0{,}01 \\ 0{,}02x_1 + 0{,}24x_2 + 0{,}1x_3 = 0{,}22 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 0{,}66x_1 - 1{,}44x_2 - 0{,}18x_3 = 1{,}83 \\ 0{,}48x_1 - 0{,}24x_2 + 0{,}37x_3 = -0{,}84 \\ 0{,}86x_1 + 0{,}43x_2 + 0{,}64x_3 = 0{,}64 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 0{,}2x_1 + 0{,}44x_2 + 0{,}81x_3 = 0{,}74 \\ 0{,}58x_1 - 0{,}29x_2 + 0{,}05x_3 = 0{,}02 \\ 0{,}05x_1 + 0{,}34x_2 + 0{,}1x_3 = 0{,}32 \end{cases}$

8) $\begin{cases} 0{,}18x_1 + 0{,}25x_2 - 0{,}44x_3 = 1{,}15 \\ 0{,}42x_1 - 0{,}35x_2 + 1{,}12x_3 = 0{,}86 \\ 1{,}14x_1 + 0{,}12x_2 - 0{,}83x_3 = 0{,}68 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 1{,}6x_1 + 2{,}18x_2 - 0{,}72x_3 = 1{,}15 \\ 0{,}43x_1 - 0{,}16x_2 + 0{,}53x_3 = 0{,}83 \\ 0{,}34x_1 + 0{,}57x_2 - 0{,}83x_3 = -0{,}42 \end{cases}$

9) $\begin{cases} 1{,}6x_1 + 0{,}12x_2 + 0{,}57x_3 = 0{,}18 \\ 0{,}38x_1 + 0{,}25x_2 - 54x_3 = 0{,}63 \\ 0{,}28x_1 + 0{,}46x_2 - 1{,}12x_3 = 0{,}88 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 0{,}75x_1 - 0{,}84x_2 + 1{,}11x_3 = 0{,}66 \\ 1{,}12x_1 - 0{,}14x_2 + 0{,}45x_3 = 0{,}83 \\ 0{,}32x_1 + 0{,}23x_2 - 0{,}48x_3 = 0{,}14 \end{cases}$

10) $\begin{cases} 8{,}6x_1 + 3{,}7x_2 - 0{,}2x_3 = -89{,}8 \\ 3{,}7x_1 + 7{,}6x_2 - 5{,}0x_3 = -99{,}2 \\ -0{,}2x_1 - 5{,}0x_2 + 3{,}8x_3 = 49{,}9 \end{cases}$

Тема: Приближенное решение нелинейных уравнений

Вопросы для самоконтроля

1. Почему возникает необходимость применения методов приближенного решения нелинейных уравнений?
2. На какие этапы можно разделить приближенное решение нелинейного уравнения?
3. Что понимают под локализацией корней?
4. Что такое отделение корня?
5. Что означает вычислить корень с заданной точностью?
6. Какие методы вычисления корня известны?
7. О каждом методе надо знать

   условия применения

   формула для вычисления

правило остановки расчетов

графическая иллюстрация

задания для самостоятельного решения

1) $2x^3-3x^2-12x-5=0$

2) $\ln x+(x+1)^3=0$

3) $x^3+3x^2-24x-10=0$

4) $3x+\cos x+1=0$

5) $x^3-12x+6=0$

6) $(2-x)e^x=0$

7) $x^3+3x-1=0$

8) $x^2=\ln(x+1)$

9) $x^3-0{,}2x^2+0{,}5x-1=0$

10) $\lg(1+2x)=2-x$

Тема: Приближенное вычисление определенного интеграла

Вопросы для самоконтроля

1. В каких случаях приходится применять приближенные методы вычисления определенного интеграла?
2. Что понимают под численным интегрированием?
3. На чем основано приближенное вычисление определенного интеграла?
4. Что, значит, вычислить интеграл с заданной точностью?
5. Какие методы вычисления определенного интеграла известны?
6. Для каждого метода знать

   на чем основывается

   формула для вычислений

   оценка погрешности

   правило Рунге

   графическая иллюстрация

задания для самостоятельного решения

1) $\int_{0,8}^{1,6}\frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}$

2) $\int_{1,2}^{2}\frac{\lg(x+2)}{x}dx$

3) $\int_{1,6}^{2,4}(x+1)\sin x\,dx$

4) $\int_{0,6}^{1,4}\frac{\cos x}{x+1}dx$

5) $\int_{0,4}^{1,2}\sqrt{x}\cos(x^2)\,dx$

6) $\int_{0,4}^{0,8}\frac{\operatorname{tg}(x^2+0{,}5)}{1+2x^2}dx$

7) $\int_{1,3}^{2,1}\frac{\sin(x^2-1)}{2\sqrt{x}}dx$

8) $\int_{0,15}^{0,63}\sqrt{x+1}\lg(x+3)\,dx$

9) $\int_{0,32}^{0,66}\frac{dx}{\sqrt{x^2+2{,}3}}$

10) $\int_{0,6}^{0,72}(\sqrt{x}+1)\operatorname{tg}2x\,dx$

Тема: Интерполирование функций

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулировать задачу интерполирования.
2. Интерполяционная формула, узлы интерполяции.
3. В каких случаях применяется интерполяция?
4. Графическая иллюстрация интерполяции для случая, когда функция задана
   - аналитически
   - таблично
5. Что такое параболическая интерполяция? Почему она находит широкое применение?
6. В каком случае используют интерполяционный полином Лагранжа? Записать его формулу.
7. Какова степень интерполяционного полинома Лагранжа?
8. Линейная и квадратичная интерполяция, примеры их применения. Их графическая иллюстрация.

Задания для самостоятельного решения

1) $f(x) = e^{0.164x^3+0.037x}$
2) $f(x) = \sin(0.227x^3 - 0.04x)$
3) $f(x) = 0.72x^3 + 0.054x$
4) $f(x) = e^{0.558x^3-0.388x}$
5) $f(x) = \sin(0.731x^3 + 0.541x)$
6) $f(x) = 0.835x^3 - 0.592x$
7) $f(x) = e^{0.431x^3-0.324x}$
8) $f(x) = \sin(0.72x^3 + 0.054x)$
9) $f(x) = 0.687x^3 + 0.273x$
10) $f(x) = e^{0.402x^3-0.259x}$

Тема: Приближенное интегрирование обыкновенного дифференциального уравнения

Вопросы для самоконтроля

1. Почему возникает необходимость применения приближенных методов интегрирования дифференциальных уравнений?
2. На какие две группы делятся приближенные методы интегрирования дифференциальных уравнений?
3. Аналитические и численные методы. Приведите примеры.
4. Метод Эйлера
   - расчетные формулы
   - точность
   - графическая иллюстрация
5. Метод Рунге—Кутта
   - расчетные формулы
   - точность

Задания для самостоятельного решения

1) $y' = \cos(x+y) + 0{,}5(x-y),\ y(0) = 0$
2) $y' = (1-y^2)\cos x + 0{,}6y,\ y(0) = 0$
3) $y' = x + y^2,\ y(0) = 0{,}5$
4) $y' = \dfrac{\cos y}{x+2} - 0{,}3y^2,\ y(0) = 0$
5) $y' = x + \sin\dfrac{y}{\pi},\ y(1{,}7) = 5{,}3$
6) $y' = 0{,}1x^2 + 2xy,\ y(0) = 0{,}8$
7) $y' = 1 + (1-x)\sin x - (2+x)y,\ y(0) = 0$
8) $y' = \cos(x-y) + \dfrac{1{,}25y}{1{,}5+x},\ y(0) = 0$
9) $y' = x + \cos\dfrac{y}{\sqrt{5}},\ y(1{,}8) = 2{,}6$
10) $y' = 1 + 0{,}2y\sin x - y^2,\ y(0) = 0$

Тема: Решение алгебраических уравнений

1. **Задания для самостоятельного решения**

№	уравнение	№	уравнение
1	a) $x^4 - x - 1 = 0;$ b) $x^3 + x - 3 = 0.$	**16**	a) $x^4 - x - 1 = 0;$ b) $x^3 - 3x^2 + 9x - 10 = 0.$
2	a) $2x^4 - 9x^2 - 60x + 1 = 0;$ b) $x^3 - 2x + 2 = 0.$	**17**	a) $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 17 = 0;$ b) $x^3 + 3x - 1 = 0.$
3	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0;$ b) $x^3 + 2x^2 + 2 = 0.$	**18**	a) $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0;$ b) $x^3 + 0,4x^2 + 0,6x - 1,6 = 0.$
4	a) $2x^4 - x^2 - 10 = 0;$ b) $x^3 - 0,2x^2 + 0,4x - 1,4 = 0.$	**19**	a) $x^4 - 18x^2 + 6 = 0;$ b) $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 2 = 0.$
5	a) $3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0;$ b) $x^3 + 3x^2 + 12x + 3 = 0.$	**20**	a) $2x^4 - x^2 - 10 = 0;$ b) $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1 = 0.$
6	a) $x^4 - 18x^2 + 6 = 0;$ b) $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x + 1,2 = 0.$	**21**	a) $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0;$ b) $x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0.$
7	a) $x^4 + 4x^3 - 8x^2 - 17 = 0;$ b) $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0.$	**22**	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0;$ b) $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x + 0,8 = 0.$
8	a) $x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0;$ b) $x^3 + 4x - 6 = 0.$	**23**	a) $3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0;$ b) $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0.$
9	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0;$ b) $x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0.$	**24**	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0;$ b) $x^3 - 0,1x^2 + 0,4x - 1,5 = 0.$
10	a) $3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0;$ b) $x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0.$	**25**	a) $2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0;$ b) $x^3 + 2x + 4 = 0.$
11	a) $2x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 1 = 0;$ b) $x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0.$	**26**	a) $x^4 - x - 1 = 0;$ b) $x^3 - 0,2x^2 + 0,3x - 1,2 = 0.$
12	a) $2x^4 + 8x^4 + 8x^2 - 1 = 0;$ b) $x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0.$	**27**	a) $2x^4 - x^2 - 10 = 0;$ b) $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 2 = 0.$
13	a) $x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 1 = 0;$ b) $x^3 + 3x + 1 = 0.$	**28**	a) $3x^4 + 8x^3 + 10 = 0;$ b) $x^3 + 0,2x^2 + 0,5x - 1,2 = 0.$
14	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0;$ b) $x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0.$	**29**	a) $x^4 - 18x^2 + 6 = 0;$ b) $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0.$
15	a) $2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0;$ b) $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0.$	**30**	a) $3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0;$ b) $x^3 - 0,1x^2 + 0,3x - 0,6 = 0.$

Тема: Численные методы оптимизации

Решить задачу

Завод производит электронные приборы трех видов (прибор А, прибор В и прибор С), используя при сборке микросхемы трех видов (тип 1, тип 2 и тип 3). Расход микросхем задается следующей таблицей:

	Прибор А	Прибор В	ПриборС	ПриборD
Тип 1	2	5	1	3
Тип 2	2	0	4	1
Тип 3	2	1	1	4
Стоимость	60	40	25	35

Ежедневно на склад завода поступает 500 микросхем типа 1 и по 400 микросхем типов 2 и 3. Каково оптимальное соотношение дневного производства приборов различного типа, если производственные мощности завода позволяют использовать запас поступивших микросхем полностью?

Решить задачу

Предполагается, что рацион коров составляется из двух видов кормов – сена и концентратов. Суточная потребность кормов на 1 корову равна 20 кормовых единиц. В таблице приведены числовые данные о себестоимости кормов в данном хозяйстве.

Виды кормов	**Содержание кормовых единиц в 1 кг кормов**	**Себестоимость кормов, в рублях.**
Сено	0,5	1,5
Концентраты	1,0	2,5

Найти самый дешевый рацион, если ежедневный рацион кормления сельскохозяйственных животных должен включать не менее 16 кг. сена.

Решить задачу

Мебельная фабрика выпускает кресла двух типов. На изготовление кресла первого типа расходуется 2 м досок стандартного сечения, 0,8 м2 обивочной ткани и затрачивается 2 человеко-часа, а на изготовление кресла второго типа – соответственно 4 м, 1,25 м2 и 1,75 человеко-часа. Известно, что цена одного кресла первого типа равна 1500 рублей, второго типа – 2000 рублей. Сколько кресел каждого типа надо выпускать, чтобы стоимость выпускаемой продукции была максимальной, если фабрика имеет в наличии 4400 м досок, 1500 м2 обивочной ткани и может затратить 3200 человеко-часов рабочего времени на изготовление этой продукции?

Решить задачу

Хозрасчетной бригаде выделено для возделывания кормовых культур 100 га пашни. Эту пашню предполагается занять кукурузой и свеклой, причем свеклой решено занять не менее 40 га. Как должна быть распределена площадь пашни по культурам, чтобы получилось наибольшее число кормовых единиц? При этом должно быть учтено следующее: 1 ц кукурузного силоса содержит 0,2 кормовой единицы, 1 ц свеклы – 0,26 кормовой единицы, на возделывание 1 на кукурузного поля необходимо затратить 38 человеко-часов труда механизаторов и 15 человеко-часов ручного труда, а на возделывание 1 га поля, занятого свеклой, соответственно 43 и 185 человеко0часов, ожидаемый урожай кукурузы – 500 ц с 1 га, а свеклы – 200 ц с 1 га, наконец, всего на возделывание кормовых культур можно затратить 4000 человеко-часов механизаторов и 15000 человеко-часов ручного труда.

5.2. Рубежный и итоговый контроль

Комплект контрольно-измерительных материалов
по учебной дисциплине *ОП13 «Численные методы»»**

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств
1.1. Область применения

Комплект контрольно-оценочных средств предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины *«Численные методы»**, которая является компонентом вариативной части общепрофессиональных дисциплин профессионального цикла по специальности 230115 Программирование в компьютерных системах (укрупнённая группа специальностей 230000 Информатика и вычислительная техника).

Комплект контрольно-оценочных средств позволяет оценивать освоение умений и усвоение знаний:

Освоенные умения, усвоенные знания	***Основные показатели результатов подготовки***	***№№ заданий для проверки***
В результате освоения учебной дисциплины *«Численные методы»** обучающийся должен **уметь:**		
вычислять погрешность результата действий над приближенными числами	Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, расчетные ошибки отсутствуют, решение задачи соответствует требуемой точности	Д1
находить приближенное значение корней алгебраических и трансцендентных уравнений		Д2
находить значения интегралов численными методами	Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, расчетные ошибки отсутствуют, решение задачи соответствует требуемой точности	Э8
использовать основные численные методы решения математических задач	Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, в соответствии с методическими рекомендациями и предложенной блок-схемой метода расчетные и логические ошибки отсутствуют, решение задачи соответствует требуемой точности	Д2 Э8
В результате освоения учебной дисциплины *«Численные методы»** обучающийся должен **знать:**		
определение приближенного числа, погрешности;	Формулирует основные понятия теории погрешностей Воспроизводит формулы для вычисления погрешностей	Э1-Э7, Д1
методы хранения чисел в памяти ЭВМ и действия над ними,	Перечисляет основные методы хранения чисел в памяти ЭВМ Формулирует правила действий над числами в памяти ЭВМ	
методы оценки точности вычислений,	Перечисляет основные методы оценки точности вычислений	

Освоенные умения, усвоенные знания	*Основные показатели результатов подготовки*	*№№ заданий для проверки*
методы решения основных математических задач - интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	Перечисляет основные методы численного решения задач Формулирует и обосновывает области применения методов решения численных задач Формулирует суть методов численного решения задач	Э1-Э7

1.2. Система контроля и оценки освоения программы УД

Система контроля и оценки освоения программы УД *«Численные методы»** соответствует Положению об итоговой и промежуточной аттестации в ГАОУ СПО СКСЭиП

Организация контроля и оценки освоения программы УД

Освоение студентами курса учебной дисциплины *«Численные методы»** предполагается учебным планом в течение двух семестров.

Текущий контроль при освоении учебной дисциплины *«Численные методы»** осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий в следующих формах:

- ✓ -устные или письменные тематические опросы,
- ✓ -самостоятельная работа студента (составление сравнительной (сводной) таблицы)
- ✓ -проверка выполнения домашних заданий (разработка алгоритма и программы для решения вычислительной задачи);
- ✓ -выполнение определенного числа заданий с защитой (на лабораторных занятиях).

Промежуточный контроль (аттестация) студентов осуществляется ежемесячно в рамках накопительной системы оценивания.

Рубежный контроль осуществляется в форме дифференцированного зачета по окончании первого семестра изучения дисциплины.

Оценка усвоенных знаний и освоенных умений на дифференцированном зачете осуществляется с помощью следующих форм заданий:

- ✓ тестовое задание со свободным кратким ответом;
- ✓ задание с развернутым ответом.

Итоговый контроль освоения дисциплины *«Численные методы»** осуществляется при проведении экзамена по окончании второго семестра изучения дисциплины.

Оценка усвоенных знаний на экзамене осуществляется с помощью следующих форм заданий:

- ✓ с выбором одного правильного ответа из фиксированного набора вариантов.

Оценка освоенных умений на экзамене осуществляется с помощью следующих форм заданий:

- ✓ с развернутым ответом.

Условием допуска к экзамену по учебной дисциплине является выполнение всех лабораторных работ, предусмотренных рабочей программой дисциплины *«Численные методы»**, и положительная оценка на дифференцированном зачете.

Условием положительной аттестации студента по дисциплине *«Численные методы»** является положительная оценка освоения всех умений и знаний по всем контролируемым показателям.

В состав комплектов оценочных средств для дифференцированного зачета и для экзамена входят пакет для экзаменующихся и пакет экзаменатора.

2. Пакет для обучающихся

2.1. Пакет для дифференцированного зачета по дисциплине

ЗАДАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОГО ЗАЧЕТА
ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩИХСЯ
количество вариантов 31

Оцениваемые умения и знания:

1) умение вычислять погрешность результата действий над приближенными числами
2) умение находить приближенное значение корней алгебраических и трансцендентных уравнений
3) умение использовать основные численные методы решения математических задач;
4) знание определений приближенного числа, погрешности;
5) знание методов хранения чисел в памяти ЭВМ и действий над ними, методов оценки точности вычислений.

Используемое оборудование:

6) посадочные места для обучающихся;
7) компьютеры;
8) калькуляторы.

2.1.1. Инструкция для обучающихся

Последовательность и условия выполнения задания.

Работа состоит из двух заданий (Д1 и Д2), которые требуют полного (развернутого) ответа, занесенного в бланк ответов экзаменующихся для дифференцированного зачета (Приложение 3)

Вычислительная сложность заданий требует использования калькуляторов, поэтому в целях обеспечения равенства всех участников дифференцированного зачета использование калькуляторов (или компьютеров – по желанию обучающегося) допускается.

Использование справочно-информационных материалов.

При выполнении заданий дифференцированного зачета допускается использование справочных материалов:

- ✓ по дисциплине «Численные методы» (блок-схемы алгоритмов численных методов) (Приложение 9),
- ✓ по математике (таблицы производных и первообразных математических функций)

Максимальное время выполнения заданий.

На выполнение заданий дифференцированного зачета отводится 90 минут.

Рекомендуемое время выполнения заданий: 45 мин на одно задание.

Желаем успеха!

2.1.2. Задания для оценки освоения умений и усвоения знаний

Задания для дифференцированного зачета представлены в Приложении 1.

2.1.3. Бланк ответов для дифференцированного зачета

Бланк ответов экзаменующихся для дифференцированного зачета представлен в Приложении 3.

2.2. Пакет для экзамена по дисциплине

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩИХСЯ

количество вариантов 31

Оцениваемые умения и знания:

1) умение использовать основные численные методы решения математических задач;
2) умение находить значения интегралов численными методами;
3) знание определений приближенного числа, погрешности;
4) знание методов хранения чисел в памяти ЭВМ и действий над ними
5) знание методы оценки точности вычислений;
6) знание методов решения основных математических задач - интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ

Используемое оборудование:

7) посадочные места для обучающихся;
8) компьютеры;
9) калькуляторы.

2.2.1. Инструкция для обучающихся

Последовательность и условия выполнения задания.

Экзаменационное задание состоит из 2 частей.

Часть 1 (теоретическая) включает 7 вопросов тестового типа (Э1–Э7). К каждому заданию даётся 4 варианта ответа, из которых только один - правильный. Внимательно прочитайте каждое задание и проанализируйте все варианты предложенных ответов.

Часть 2 (практическая) состоит из комплексного типового задания Э8 по решению численных задач, которое включает три вопроса практического характера и требует полного (развёрнутого) ответа. Номер варианта типового задания выбирается согласно номеру в списке группы.

Номера выбранных Вами правильных ответов и развёрнутые ответы переносятся в бланк ответов (Приложение 4).

Бланк ответов заполняется яркими чернилами, без исправлений. При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям. Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Вы можете воспользоваться при выполнении экзаменационных заданий справочными материалами по дисциплине «Численные методы», (блок-схемы алгоритмов численных методов), справочными материалами по математике (таблицы производных и первообразных математических функций), а также персональным компьютером и (или) непрограммируемым калькулятором.

Максимальное время выполнения задания.

На выполнение экзаменационных заданий по дисциплине «Численные методы» отводится 80 минут.

Рекомендуемое время выполнения каждого задания:

для каждого задания 1 части – 2-3 минуты;

для каждого задания 2 части – до 15-20 минут.

Желаем успеха!

2.2.2. Задания для оценки освоения умений и усвоения знаний

Задания для экзамена представлены в Приложении 2

2.2.3. Бланк ответов для экзамена

Бланк ответов экзаменующихся для экзамена представлен в Приложении 4.

3. Пакет для эксперта
3.1 Пакет для дифференцированного зачета по дисциплине
3.1.1. Инструкция для эксперта

Показатели оценки результатов освоения программы учебной дисциплины *«Численные методы»** на дифференцированном зачете:

Номер и краткое содержание задания	*Оцениваемые умения и знания*	*Показатели оценки результата (требования к выполнению задания)*
Д1 Тестовое задание со свободным кратким ответом	1) умение вычислять погрешность результата действий над приближенными числами 2) знание определений приближенного числа, погрешности; 3) знание методов хранения чисел в памяти ЭВМ и действия над ними, 4) знание методов оценки точности вычислений	1) значащие цифры указаны верно 2) число верных в широком смысле цифр указано верно 3) число верных в строгом смысле цифр указано верно 4) абсолютная погрешность алгебраической суммы чисел указана верно
Д2 тестовое задание с развернутым ответом	5) умение использовать основные численные методы решения математических задач; 6) находить приближенное значение корней алгебраических и трансцендентных уравнений	Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, в соответствии с методическими рекомендациями и предложенной блок-схемой метода 1) Приведена верная последовательность всех шагов решения 2) проведена локализация корней (проведена проверка наличия корня на выбранном промежутке) 3) выбран один из численных методов решения уравнений: Метод половинного деления, Метод хорд или Метод касательных 4) найдено решение выбранным методом с заданной точностью 5) ответ соответствует одному из возможных решений, приведенной в таблице ключей к заданию 6) расчетные и логические ошибки отсутствуют, 7) решение задачи соответствует требуемой точности

Оцениваемые умения и знания:

1) умение вычислять погрешность результата действий над приближенными числами
2) умение находить приближенное значение корней алгебраических и трансцендентных уравнений
3) умение использовать основные численные методы решения математических задач;
4) знание определений приближенного числа, погрешности;
5) знание методов хранения чисел в памяти ЭВМ и действий над ними, методов оценки точности вычислений,

Используемое оборудование: полигон вычислительной техники

6) посадочные места для обучающихся;
7) компьютеры;
8) калькуляторы

Количество вариантов заданий для обучающихся, сдающих экзамен: 31.

Работа на дифференцированном зачете состоит из двух заданий Д1 и Д2, которые требуют краткого (Д1) или полного (развернутого) ответа (Д2).

Время выполнения заданий

Общая продолжительность выполнения заданий дифференцированного зачета составляет 90 минут (около 45 минут на одно задание).

Условия выполнения заданий

При выполнении зачетных заданий студентам разрешается использовать справочные материалы по дисциплине «Численные методы» (блок-схемы алгоритмов численных методов), справочные материалы по математике (таблицы производных и первообразных математических функций), а также персональным компьютером и (или) непрограммируемым калькулятором.

Рекомендации по проведению оценки**:**

1. Ознакомьтесь с заданиями для студентов, сдающих дифференцированный зачет, оцениваемыми знаниями и умениями, показателями оценки

2. Создайте доброжелательную обстановку, но не вмешивайтесь в ход (технику) выполнения задания.

3. Соберите выполненные задания через 90 минут после начала выполнения и проверьте правильность выполнения задания.

4. Проверка заданий производится с использованием модельного ответа.

4.1. Каждое из заданий (с развёрнутым ответом) предусматривает проверку 5 элементов ответа. Наличие каждого элемента оценивается в 1 балл, поэтому максимальная оценка каждого верно выполненного задания составляет 5 баллов. Задания с развёрнутым ответом могут быть выполнены студентами различными способами.

4.2. Задание считается выполненным верно, если учащийся выбрал

а) правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений,

б) получен верный ответ.

5. Сопоставьте ответы экзаменующихся с модельным ответом и таблицей ключей к заданиям (Приложение 5)

5. Суммируйте баллы, полученные экзаменующимся за верно выполненные задания, и внесите № вариантов и набранные экзаменующимися баллы в Ведомость дифференцированного зачета (Приложение 7).

6. Поставьте оценку, руководствуясь приведенной в ведомости шкалой, и поставьте подпись в зачетной ведомости

3.2 Пакет для экзамена по дисциплине
3.2.1. Инструкция для эксперта

Показатели оценки результатов освоения программы учебной дисциплины *«Численные методы»** на экзамене:

Номер задания	Оцениваемые умения и знания	Показатели оценки результата (требования к выполнению задания)
Э1-Э7 Тестовые задания с выбором одного правильного ответа из фиксированного набора вариантов	1) знание определений приближенного числа, погрешности; 2) знание методов хранения чисел в памяти ЭВМ и действия над ними, 3) знание методов оценки точности вычислений, 4) знание методов решения основных математических задач интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ	Формулирует основные понятия теории погрешностей Воспроизводит формулы для вычисления погрешностей Перечисляет основные методы хранения чисел в памяти ЭВМ Формулирует правила действий над числами в памяти ЭВМ Перечисляет основные методы численного решения задач Формулирует и обосновывает области применения методов решения численных задач Формулирует суть методов численного решения задач
Э8 Типовое задание с развернутым ответом	5) умение использовать основные численные методы решения математических задач; 6) умение находить значения интегралов численными методами	Использование оптимальных методов решения поставленных задач Задача решена с использованием соответствующего алгоритма, в соответствии с методическими рекомендациями и предложенной блок-схемой метода Отсутствие расчётных и логических ошибок Верно указано число верных знаков в ответе

Оцениваемые умения и знания:

1) умение использовать основные численные методы решения математических задач;
2) умение находить значения интегралов численными методами;
3) знание определений приближенного числа, погрешности;
4) знание методов хранения чисел в памяти ЭВМ и действий над ними
5) знание методов оценки точности вычислений;
6) знание методов решения основных математических задач - интегрирования, дифференцирования, решения линейных и трансцендентных уравнений и систем уравнений с помощью ЭВМ

Используемое оборудование: полигон вычислительной техники

7) посадочные места для обучающихся;
8) компьютеры;
9) калькуляторы.

Количество вариантов заданий для обучающихся, сдающих экзамен: 31.

Экзаменационное задание состоит из 2 частей. Одинаковые по форме представления и уровню сложности задания сгруппированы в определённые части работы.

Часть 1 (теоретическая) включает 7 вопросов тестового типа (Э1–Э7) базового уровня сложности с выбором правильного ответа из 4 предложенных.

Часть 2 (практическая) состоит из комплексного типового задания Э8 по решению численных задач повышенного уровня сложности, которое включает три вопроса практического характера, предназначенных для проверки умений, и требует полного (развёрнутого) ответа. Номер варианта типового задания выбирается согласно номеру в списке группы.

Время выполнения каждого задания:

На выполнение экзаменационных заданий по дисциплине «Численные методы» отводится 80 минут.

Рекомендуемое время выполнения каждого задания:

для каждого задания 1 части – 2-3 минуты;

для каждого задания 2 части – до 15-20 минут.

Условия выполнения заданий

При выполнении экзаменационных заданий студентам разрешается использовать справочные материалы по дисциплине «Численные методы» (блок-схемы алгоритмов численных методов) (Приложение 9), справочные материалы по математике (таблицы производных и первообразных математических функций), а также персональным компьютером и (или) непрограммируемым калькулятором.

Рекомендации по проведению оценки**:**

1. Ознакомьтесь с заданиями для студентов, сдающих экзамен, оцениваемыми знаниями и умениями, показателями оценки

2. Создайте доброжелательную обстановку, но не вмешивайтесь в ход (технику) выполнения задания.

3. Соберите выполненные задания через 80 минут после начала выполнения и проверьте правильность выполнения задания.

4. Проверка заданий 1 части производится сопоставление с ключом (Приложение 6, часть 1). Правильный ответ на каждое задание оценивается в 1 балл. За выполнение задания ставится 0 баллов, если:

а) указан неправильный ответ;

б) указаны 2 или несколько ответов, среди которых может быть и правильный;

в) ответ отсутствует.

5. Задания части 2 (с развёрнутым ответом) предусматривают проверку сопоставлением с модельным ответом и ключом (Приложение 6, часть 2). Задания с развёрнутым ответом могут быть выполнены студентами различными способами. Задание считается выполненным верно, если экзаменующийся:

а) выбрал правильный путь решения, из письменной записи решения понятен ход его рассуждений,

б) получен верный ответ.

6. Суммируйте баллы, полученные экзаменующимся за верно выполненные задания, и внесите в экзаменационную ведомость (Приложение 8).

7. Поставьте оценку, руководствуясь приведенной в ведомости шкалой, и поставьте подпись.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ЗАДАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИРОВАННОГО ЗАЧЕТА

ТИПОВОЕ ЗАДАНИЕ

количество вариантов 31

Для записи ответов к заданиям (Д1–Д2) используйте бланк ответов для дифференцированного зачета. Запишите сначала номер задания, впишите в бланк исходные данные согласно своему варианту, а затем полное решение. Ответы записывайте четко и разборчиво.

Д1 Прочитайте описание ситуации. Письменно ответьте на вопросы

Заданы три числа: a, b, c и известно, что абсолютная погрешность каждого из чисел равна Δa

1. Запишите числа и подчеркните в них значащие цифры
2. Выберите и запишите число с наибольшим числом значащих цифр
3. Запишите число, в котором наименьшее число верных в широком смысле цифр
4. Запишите число, в котором наибольшее число верных в строгом смысле цифр
5. Вычислите и запишите абсолютную погрешность алгебраической суммы всех заданных чисел

Исходные данные для типового задания Д1

Вариант	Δa	*a*	*b*	*c*
1	0,01	10.4920	0.00456200	0.03589
2	0,001	3,44	6,22	0,149
3	0,01	4,05	6,723	0,03254
4	0,001	0,7219	135,347	0,013
5	0,01	3,672	4,63	0,0278
6	0,001	1,24734	0,346	0,051
7	0,01	11,775	0,0937	5,081
8	0,001	0,0399	4,83	0,072
9	0,01	0,0399	4,83	0,072
10	0,001	4,574	1,40	1,1236
11	0,01	12,72	0,34	0,0290
12	0,001	3,49	0,845	0,0037
13	0,01	0,0976	2,371	1,15874
14	0,001	82,3574	34,1	7,00493
15	0,01	0,11587	4,25	3,00971
16	0,001	3,71452	3,03	0,765
17	0,01	7,345	0,31	0,09872
18	0,001	1,1236	4,574	0,0399
19	0,01	0,0290	12,72	0,0399
20	0,001	0,0037	3,49	4,574
21	0,01	1,15874	0,0976	12,72
22	0,001	7,00493	82,3574	3,49
23	0,01	3,00971	0,11587	0,0976
24	0,001	0,765	4,83	82,3574
25	0,01	0,09872	4,83	0,11587
26	0,001	82,3574	1,40	7,00493
27	0,01	0,11587	0,09872	3,00971
28	0,001	1,75	1,21	0,041
29	0,01	18,0354	3,7251	0,071
30	0,001	0,113	0,1056	89,4
31	0,01	0,317	3,27	4,7561

Д2. Приведите решение численной задачи

Используя аппарат численных методов, уточните наибольший из корней уравнения на отрезке [*a*; *b*] с точностью до $1*10^{-4}$

Исходные данные для типового задания Д2

Вариант	***Уравнение***	***a***	***b***
1	$\sin 2x - \ln x = 0$	1	2
2	$1 - 3x + x^5 = 0$	0	1
3	$x-10\sin x=0$	0	2
4	$x - x^3 + 2 = 0$	1	2
5	$\ln(x) = \sin(x)$	1	3
6	$x^4+3x^3-2x^2+x=0$	-4	0
7	$x^4-3x^3-2x^2+x=0$	-1	1
8	$5x^4-3x^3-2x^2+x=0$	-2	0
9	$x^3- 0,2x^2- 0,2x- 1,2 = 0$	0	2
10	$1 - 3x + x^4 = 0$	0	1
11	$x - 0,5 = x^8$	0	0,5
12	$x + 5 = x^3$	1	2
13	$x^3-6x +2=0$	0	1
14	$2 - x + x^3 = 0$	-2	0
15	$\sin(x) = 1/x$	0	$\pi/2$
16	$x^3-x-1=0$	1	2
17	$tg(x) = 1/x$	0	$\pi/2$
18	$\ln(x) = 1/x$	1	2
19	$\ln(x) = 1/ x^2$	1	2
20	$x^4- 20x^3+ 10x^2- 20x + 1 = 0$	-1	1
21	$x - x^3 + 1 = 0$	1	2
22	$x + 3 = x^3$	1	2
23	$x + x^3 - 5 = 0$	1	2
24	$2x + x^5 - 1 = 0$	0	1
25	$1 - x + x^3 = 0$	-2	0
26	$1 + x = x^3$	0	2
27	$\sin(x) = x/3$	$\pi/2$	π
28	$tg(x) = 1/x$	1,6	4,5
29	$\cos(x) = 1/x$	0	$\pi/2$
30	$\cos(x) = x^2$	0	$\pi/2$
31	$1 - 3x + x^3 = 0$	0	1

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

количество вариантов 31

Часть 1

ВАРИАНТ 1

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Какая из перечисленных ошибок не является ошибкой дискретизации :

а) разность значений точного решения системы уравнений непрерывной мат.модели и значения точного решения системы уравнений дискретной мат.модели
б) ошибка, порождаемая дискретностью машинной системы представления вещественных чисел
в) ошибка, порождаемая при переходе от непрерывной математической модели к дискретной
г) ошибка, связанная с переходом к дискретным независимым переменным в математической модели

Э2. Продолжите фразу: при вычитании близких по величине чисел

а) возрастает точность вычислений вследствие уменьшения погрешности
б) абсолютная погрешность разности стремиться к нулю
в) происходит большая потеря точности, т.к. относительная ошибка разности может оказаться больше самой разности
г) относительная ошибка разности составит среднее арифметическое относительных погрешностей чисел

Э3. Задача локализации корней заключается в следующем:

а) нахождение корней
б) установление количества корней
в) установление промежутков, содержащих корни
г) установление количества корней и наиболее «тесных» промежутков, каждый из которых содержит только один корень

Э4. Алгоритм Гаусса реализуем

а) всегда, но только для симметричных матриц
б) только для невырожденных матриц
в) всегда
г) при условии отличия от нуля ведущих элементов прямого хода алгоритма

Э5. Построение интерполирующей функции, в общем случае, подчиняется условию:

а) минимума среднего значения модулей уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
б) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
в) равенства интерполирующей и интерполируемой функций в конечном множестве точек из интервала приближения
г) достижения произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго больше

Э7. В каких случаях может потребоваться аппроксимация функции?

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

ВАРИАНТ 2

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Быстро оценить относительную погрешность суммы нескольких слагаемых одного знака, если известны относительные погрешности каждого слагаемого, можно согласно правилу:

а) предельная относительная погрешность их суммы не превышает наименьшей из предельных относительных погрешностей слагаемых

б) предельная относительная погрешность их суммы не превышает среднего арифметического значения предельных относительных погрешностей слагаемых

в) предельная относительная погрешность их суммы не превышает наибольшей из предельных относительных погрешностей слагаемых

г) предельная относительная погрешность их суммы не превышает среднего геометрического предельных относительных погрешностей слагаемых

Э2. Погрешность численного решения задачи не определяется:

а) обусловленностью решаемой задачи

б) чувствительностью вычислительного алгоритма к погрешностям округления

в) погрешностью представления вещественных чисел в ЭВМ

г) числом уравнений, входящих в мат. модель

Э3. Ведущий элемент прямого хода алгоритма Гаусса

а) определяется на каждом шаге прямого хода

б) единственен для прямого хода

в) является одним из элементов $a_{ii}, i = 1,2,\ldots n$ матрицы системы

г) принимается равным единице

Э4. Построение интерполирующей функции, в общем случае, подчиняется условию:

а) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения

б) равенства интерполирующей и интерполируемой функций в конечном множестве точек из интервала приближения

в) достижения произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения

г) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на интервале приближения

Э5. Метод Зейделя решения систем линейных уравнений является

а) прямым

б) итерационным

в) нестационарным

г) явным

Э6. Средство Поиск решения табличного процессора Excel позволяет решать следующие типы уравнений:

а) линейные уравнения и системы уравнений

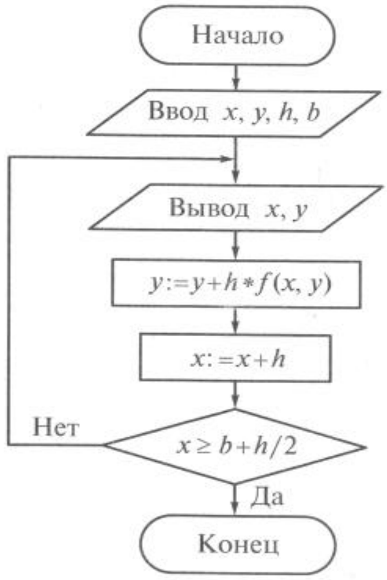
б) нелинейные уравнения и системы уравнений

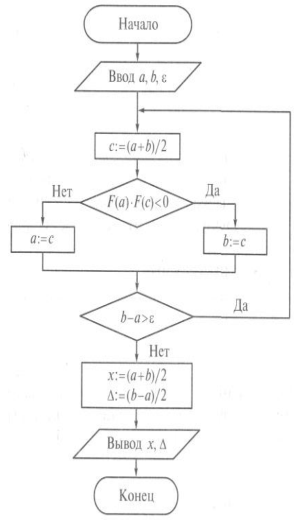
в) линейные и нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение

г) нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение

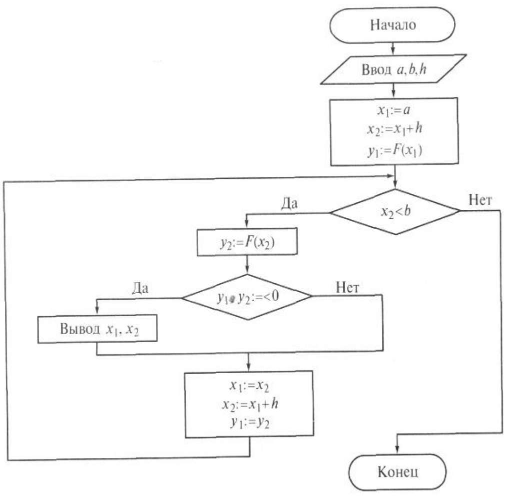
Э7. Алгоритм метода половинного деления приближенного решения уравнений представлен следующей блок-схемой:

а)	б)

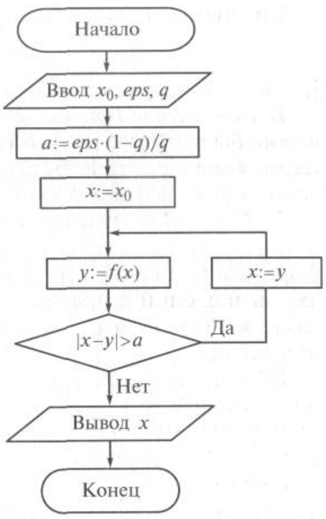

Начало
Ввод x, y, h, b
Вывод x, y
$y := y + h * f(x, y)$
$x := x + h$
Нет
$x \ge b + h/2$
Да
Конец


Начало
Ввод a, b, ε
$c := (a+b)/2$
Нет
$F(a) \cdot F(c) < 0$
Да
$a := c$
$b := c$
$b - a > \varepsilon$
Да
Нет
$x := (a+b)/2$
$\Delta := (b-a)/2$
Вывод x, Δ
Конец

в)


Начало
Ввод a, b, h
$x_1 := a$
$x_2 := x_1 + h$
$y_1 := F(x_1)$
Да
$x_2 < b$
Нет
$y_2 := F(x_2)$
Да
$y_1 * y_2 := <0$
Нет
Вывод x_1, x_2
$x_1 := x_2$
$x_2 := x_1 + h$
$y_1 := y_2$
Конец

г)


Начало
Ввод x_0, eps, q
$a := eps \cdot (1-q)/q$
$x := x_0$
$y := f(x)$
$x := y$
$|x - y| > a$
Да
Нет
Вывод x
Конец

ВАРИАНТ 3

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Полная погрешность округленного числа вычисляется по формуле:

а) погрешность округления - погрешность исходного значения
б) погрешность округления * погрешность исходного значения
в) погрешность округления / погрешность исходного значения
г) погрешность округления + погрешность исходного значения

Э2. Численный метод некорректен, если он

а) обеспечивает нахождение решения вне зависимости от выбора начального приближения
б) устойчив к вариациям исходных данных
в) обеспечивает однозначное решение
г) равномерно сходится относительно размерности модели

Э3. Алгоритм Гаусса реализуем

а) только для невырожденных матриц
б) всегда
в) при условии отличия от нуля ведущих элементов прямого хода алгоритма
г) при условии неравенства нулю элементов $a_{ii}, i = 1,2,\ldots n$ матрицы системы

Э4. Построение полинома наилучшего равномерного приближения (n-го порядка) непрерывной функции на конечном интервале [a,b] предполагает достижение:

а) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на конечном множестве точек из интервала приближения
б) минимума среднего значения модулей уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
в) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
г) равенства полинома и приближаемой функции в конечном множестве точек из интервала приближения

Э5. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго меньше

Э6. Метод Зейделя решения систем линейных уравнений является

а) прямым
б) итерационным
в) нестационарным
г) явным

Э7. В каких случаях может потребоваться аппроксимация функции?

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

ВАРИАНТ 4

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Выберите верное утверждение. При вычитании близких по величине чисел:

а) возрастает точность вычислений вследствие уменьшения погрешности
б) абсолютная погрешность разности стремиться к нулю
в) происходит большая потеря точности, т.к. относительная ошибка разности может оказаться больше самой разности
г) относительная ошибка разности составит среднее арифметическое относительных погрешностей чисел

Э2. Цифры в записи приближенного числа называются значащими, если:

а) абсолютная погрешность числа не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра
б) это первые три цифры в его десятичном изображении
в) это последние три цифры в его десятичном изображении, отличные от нуля,
г) это все цифры в его десятичном изображении, отличные от нуля, и нули, если они расположены между значащими цифрами или стоят в конце для выражения верных знаков

Э3. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения
б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
в) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения
г) установить погрешность исходных данных задачи

Э4. Как можно вычислить абсолютную погрешность приближения x, если известна его относительная погрешность?

а) $\Delta x = |x|\delta x$
б) $\Delta x = |x| / \delta x$
в) $\Delta x = |x| - \delta x$
г) $\Delta x = |x| + \delta x$

Э5. Ведущий элемент прямого хода алгоритма Гаусса

а) единственен для прямого хода
б) является одним из элементов $a_{ii}, i = 1,2,\dots n$ матрицы системы
в) является элементом a_{kk} на k-м шаге алгоритма
г) принимается равным единице

Э6. Построение полинома наилучшего равномерного приближения (n-го порядка) непрерывной функции на конечном интервале [a,b] предполагает достижение:

а) произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
б) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на конечном множестве точек из интервала приближения
в) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
г) равенства полинома и приближаемой функции в конечном множестве точек из интервала приближения

Э7. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не меньше
в) только строго больше
г) только строго меньше

ВАРИАНТ 5

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Цифры в записи приближенного числа называются верными в узком смысле, если абсолютная погрешность этого числа:

а) не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра
б) не превосходит половины разряда, в котором стоит эта цифра
в) не превосходит трети разряда, в котором стоит эта цифра
г) не превосходит четверти разряда, в котором стоит эта цифра

Э2. Задача локализации корней заключается в решении следующих вопросов:

а) нахождение корней
б) установление количества корней
в) установление промежутков, содержащих корни
г) установление количества корней и наиболее «тесных» промежутков, каждый из которых содержит только один корень

Э3. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения
б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
в) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения
г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э4. Алгоритм Гаусса реализуем

а) всегда, но только для симметричных матриц
б) всегда
в) при условии отличия от нуля ведущих элементов прямого хода алгоритма
г) при условии неравенства нулю элементов $a_{ii}, i = 1,2,...n$ матрицы системы

Э5. Единственность решения задачи полиномиального интерполирования обеспечивается:

а) методом построения интерполяционного полинома
б) выполнением условий интерполирования в n+1 (n-порядок полинома) точке из интервала приближения
в) выбором расположения узлов интерполяционной сетки
г) выполнением условий интерполирования в n (n-порядок полинома) точках из интервала приближения

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго больше

Э7. Аппроксимация функции может потребоваться в случаях:

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

ВАРИАНТ 6

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Цифры в записи приближенного числа называются верными в широком смысле, если абсолютная погрешность этого числа:

а) не превосходит половины разряда, в котором стоит эта цифра
б) не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра
в) не превосходит трети разряда, в котором стоит эта цифра
г) не превосходит четверти разряда, в котором стоит эта цифра

Э2. При вычитании близких по величине чисел:

а) возрастает точность вычислений вследствие уменьшения погрешности
б) абсолютная погрешность разности стремиться к нулю
в) происходит большая потеря точности, т.к. относительная ошибка разности может оказаться больше самой разности
г) относительная ошибка разности составит среднее арифметическое относительных погрешностей чисел

Э3. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения
б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
в) установить погрешность исходных данных задачи
г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э4. Аппроксимация функции может понадобиться в случаях:

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

Э5. Ведущий элемент прямого хода алгоритма Гаусса

а) его величина не оказывает существенного влияния на алгоритм
б) является одним из элементов $a_{ii}, i = 1,2,...n$ матрицы системы
в) является элементом a_{kk} на k-м шаге алгоритма
г) принимается равным единице

Э6. Качество построения интерполяционного полинома оценивается:

а) максимумом модуля уклонения полинома от приближаемой функции в узлах сетки
б) максимумом модуля уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
в) удобством вычисления значений $P_n(x)$ при x<> x_i , где x_i - узлы сетки
г) величиной среднеквадратичного уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения

Э7. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) только не больше
б) только не меньше
в) только строго больше
г) только строго меньше

ВАРИАНТ 7

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Общая погрешность решения задачи складывается из следующих частей:

а) неустранимая погрешность (погрешность модели),
б) погрешность метода,
в) вычислительная погрешность,
г) все перечисленные вместе

Э2. Обратный анализ ошибок позволяет

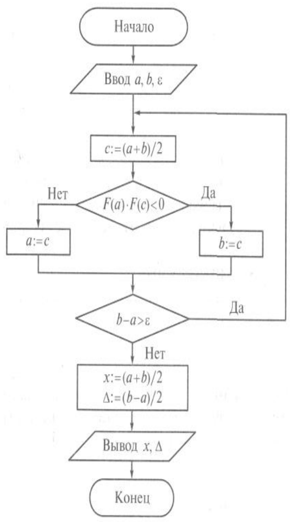
а) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
б) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения
в) установить погрешность исходных данных задачи
г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э3. Алгоритм Гаусса реализуем

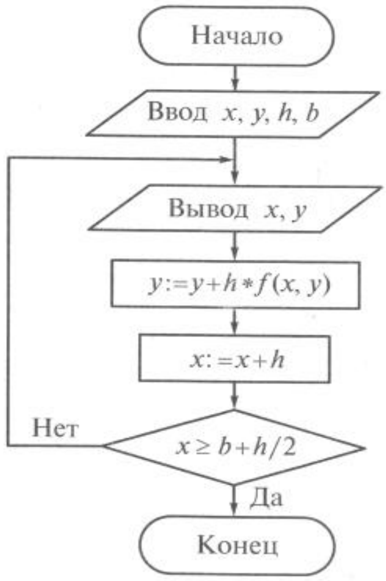
а) всегда, но только для симметричных матриц
б) только для невырожденных матриц
в) при условии отличия от нуля ведущих элементов прямого хода алгоритма
г) при условии неравенства нулю элементов $a_{ii}, i = 1,2,\ldots n$ матрицы системы

Э4. Алгоритм метода половинного деления приближенного решения уравнений представлен следующей блок-схемой:

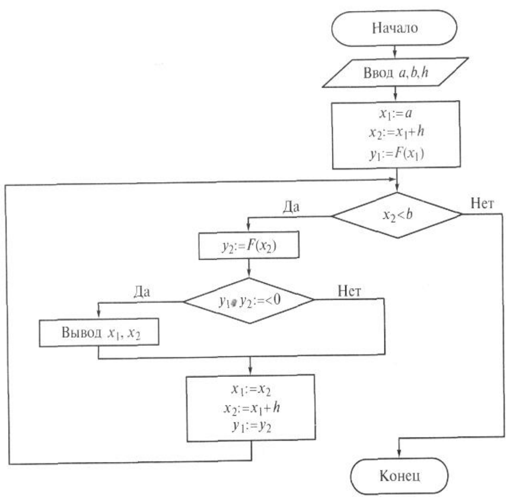
а)



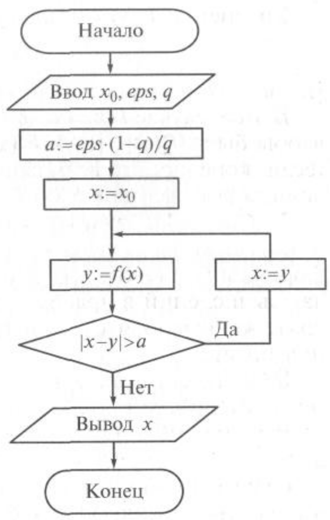
б)



в)



г)



Э5. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго меньше

Э6. Аппроксимация функции может потребоваться в случаях:

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

Э7. Средство Поиск решения табличного процессора Excel позволяет решать следующие типы уравнений:

а) линейные уравнения и системы уравнений
б) нелинейные уравнения и системы уравнений
в) линейные и нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение
г) нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение

ВАРИАНТ 8

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. С помощью границы абсолютной погрешности Δx можно указать возможные значения его нижней границы по следующей формуле:

а) НГх = х-Δx;
б) НГх = х+Δx
в) НГх = х*Δx
г) НГх = х/Δx;

Э2. Укажите, какая из перечисленных ошибок не является ошибкой дискретизации :

а) разность значений точного решения системы уравнений непрерывной мат.модели и значения точного решения системы уравнений дискретной мат.модели
б) ошибка, порождаемая дискретностью машинной системы представления вещественных чисел
в) ошибка, порождаемая при переходе от непрерывной математической модели к дискретной
г) ошибка, связанная с переходом к дискретным независимым переменным в математической модели

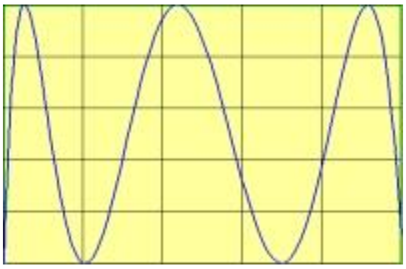
Э3. Ведущий элемент прямого хода алгоритма Гаусса

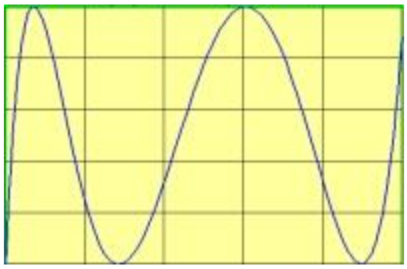
а) определяется на каждом шаге прямого хода
б) единственен для прямого хода
в) его величина не оказывает существенного влияния на алгоритм
г) принимается равным единице

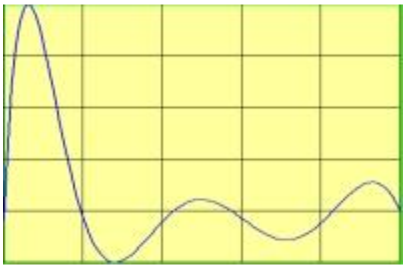
Э4. При вычитании близких по величине чисел:

а) возрастает точность вычислений вследствие уменьшения погрешности
б) абсолютная погрешность разности стремиться к нулю
в) происходит большая потеря точности, т.к. относительная ошибка разности может оказаться больше самой разности
г) относительная ошибка разности составит среднее арифметическое относительных погрешностей чисел

Э5. На каком из рисунков представлена функция уклонения $f(x) - P_n(\vec{a}, x)$, соответствующая полиному наилучшего равномерного приближения пятого порядка?

а) 

в) 

б) 

г) 

Э6. Сплайн-интерполирование не позволяет:

а) уменьшить трудоемкость процесса интерполирования
б) решить задачу интерполирования полиномами невысоких степеней
в) реализовать сходящийся процесс интерполирования
г) использовать интерполяционную функцию для вычисления производных приближаемой функции

Э7. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не меньше
в) только строго больше
г) только строго меньше

ВАРИАНТ 9

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. С помощью границы абсолютной погрешности Δx можно указать возможные значения его верхней границ с помощью формулы:

а) ВГх=х-Δx

б) ВГх=х+Δx

в) ВГх=х*Δx

г) ВГх=х/Δx

Э2. Погрешность численного решения задачи не определяется:

а) обусловленностью решаемой задачи
б) чувствительностью вычислительного алгоритма к погрешностям округления
в) погрешностью представления вещественных чисел в ЭВМ
г) числом уравнений, входящих в мат. модель

Э3. Ведущий элемент прямого хода алгоритма Гаусса

а) единственен для прямого хода
б) его величина не оказывает существенного влияния на алгоритм
в) является элементом a_{kk} на k-м шаге алгоритма
г) принимается равным единице

Э4. Что входит в понятие самоисправляемости метода:

а) Исправление результата вручную самим программистом
б) Исправляемость ошибок начального приближения в ходе выполнения алгоритма метода
в) Исправление результата вычислений с учетом получаемой погрешности
г) Исправление начальных данных и повторение алгоритма заново

Э5. Построение интерполирующей функции, в общем случае, подчиняется условию:

а) минимума среднего значения модулей уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
б) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
в) равенства интерполирующей и интерполируемой функций в конечном множестве точек из интервала приближения
г) достижения произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго больше

Э7. Метод хорд получил свое название :

а) потому что вычисления ведутся на графике
б) согласно своему геометрическому смыслу:
в) потому что решается только геометрически
г) потому что этим методом исследуются хорды

ВАРИАНТ 10

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Относительная погрешность приближенного значения величины вычисляется по формуле:

а) произведение ошибки e_x на модуль значения X
б) отношение ошибки e_x к значению X
в) отношение модуля значения X к ошибке e_x
г) отношение ошибки e_x к модулю значения X

Э2. Численный метод некорректен, если он

а) обеспечивает нахождение решения вне зависимости от выбора начального приближения
б) устойчив к вариациям исходных данных
в) обеспечивает однозначное решение
г) равномерно сходится относительно размерности модели

Э3. Задача локализации корней заключается в решении следующих вопросов:

а) нахождение корней
б) установление количества корней
в) установление промежутков, содержащих корни
г) установление количества корней и наиболее «тесных» промежутков, каждый из которых содержит только один корень

Э4. Ведущий элемент в алгоритме Гаусса

а) принимается равным единице
б) должен быть по возможности больше (по модулю)
в) должен быть по возможности меньше (по модулю)
г) его величина не оказывает существенного влияния на алгоритм

Э5. Метод касательных получил свое название :

а) потому что касается решения уравнений
б) согласно своему геометрическому смыслу:
в) потому что этим методом исследуются касательные
г) потому что вычисления ведутся на графике

Э6. Построение интерполирующей функции, в общем случае, подчиняется условию:

а) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
б) равенства интерполирующей и интерполируемой функций в конечном множестве точек из интервала приближения
в) достижения произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
г) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на интервале приближения

Э7. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) только не больше
б) только строго больше
в) только не меньше
г) только строго меньше

ВАРИАНТ 11

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Относительная погрешность приближенного значения величины характеризуется как:

а) произведение ошибки e_x на модуль значения X
б) отношение ошибки e_x к значению X
в) отношение модуля значения X к ошибке e_x
г) отношение ошибки e_x к модулю значения X

Э2. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения
б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
в) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения
г) установить погрешность исходных данных задачи

Э3. Надежность выполнения алгоритма локализации корней уравнения не зависит:

а) от характера рассматриваемой функции F(x),
б) от выбранной величины шага h,
в) от выполнения условия монотонности функции на отрезке
г) от применяемого языка программирования

Э4. Ведущий элемент прямого хода алгоритма Гаусса

а) определяется на каждом шаге прямого хода
б) является одним из элементов $a_{ii}, i = 1,2,\dots n$ матрицы системы
в) принимается равным единице
г) его величина не оказывает существенного влияния на алгоритм

Э5. Построение полинома наилучшего равномерного приближения (n-го порядка) непрерывной функции на конечном интервале [a,b] предполагает достижение:

а) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на конечном множестве точек из интервала приближения
б) минимума среднего значения модулей уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
в) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
г) равенства полинома и приближаемой функции в конечном множестве точек из интервала приближения

Э6. В каких случаях может потребоваться аппроксимация функции?

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

Э7. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго меньше

ВАРИАНТ 12

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Что происходит при вычитании близких по величине чисел?

а) возрастает точность вычислений вследствие уменьшения погрешности
б) абсолютная погрешность разности стремиться к нулю
в) происходит большая потеря точности, т.к. относительная ошибка разности может оказаться больше самой разности
г) относительная ошибка разности составит среднее арифметическое относительных погрешностей чисел

Э2. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения
б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
в) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения
г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э3. От чего не зависит надежность выполнения алгоритма локализации корней уравнения?

а) от характера рассматриваемой функции F(x),
б) от выбранной величины шага h,
в) от выполнения условия монотонности функции на отрезке
г) от применяемого языка программирования

Э4. Реализация какой-либо процедуры выбора ведущего элемента преследует цель

а) уменьшить трудоемкость алгоритма
б) улучшить обусловленность матрицы системы
в) повысить устойчивость алгоритма к ошибкам исходных данных
г) повысить устойчивость алгоритма к ошибкам округления

Э5. Построение полинома наилучшего равномерного приближения (n-го порядка) непрерывной функции на конечном интервале [a,b] предполагает достижение:

а) произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
б) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на конечном множестве точек из интервала приближения
в) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
г) равенства полинома и приближаемой функции в конечном множестве точек из интервала приближения

Э6. Какие типы уравнений позволяет решать средство Поиск решения табличного процессора Excel?

а) линейные уравнения и системы уравнений
б) нелинейные уравнения и системы уравнений
в) линейные и нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение
г) нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение

Э7. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не меньше
в) только строго больше
г) только строго меньше

ВАРИАНТ 13

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Быстро оценить относительную погрешность суммы нескольких слагаемых одного знака, если известны относительные погрешности каждого слагаемого, можно следующим способом:

а) предельная относительная погрешность их суммы не превышает наименьшей из предельных относительных погрешностей слагаемых

б) предельная относительная погрешность их суммы не превышает среднего арифметического значения предельных относительных погрешностей слагаемых

в) предельная относительная погрешность их суммы не превышает наибольшей из предельных относительных погрешностей слагаемых

г) предельная относительная погрешность их суммы не превышает среднего геометрического предельных относительных погрешностей слагаемых

Э2. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения

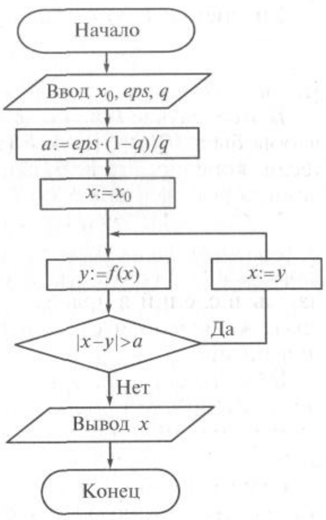
б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)

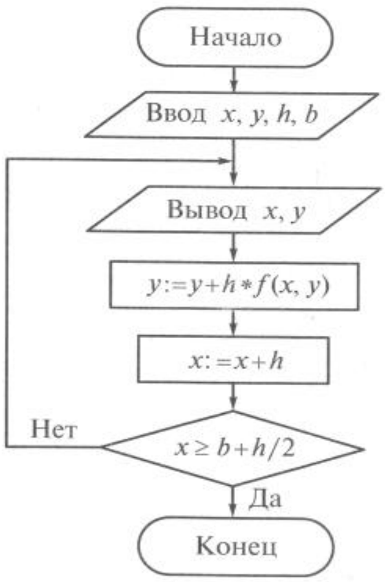
в) установить погрешность исходных данных задачи

г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э3. Алгоритм метода половинного деления приближенного решения уравнений представлен следующей блок-схемой:

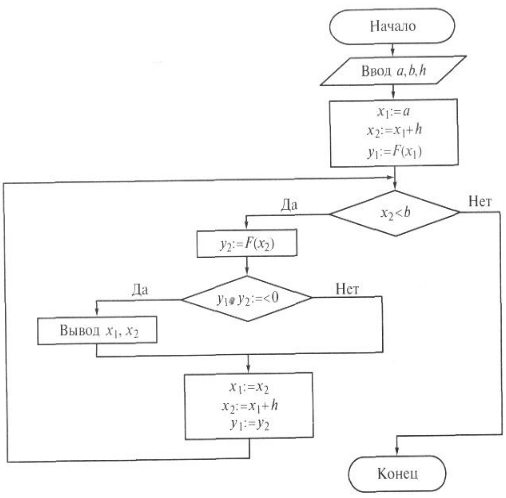
а)



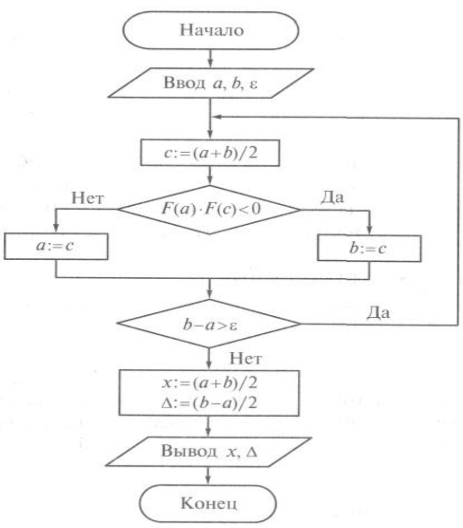


б)

в)



г)



Э4. В каких случаях может потребоваться аппроксимация функции?

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

Э5. Единственность решения задачи полиномиального интерполирования обеспечивается:

а) методом построения интерполяционного полинома
б) выполнением условий интерполирования в n+1 (n-порядок полинома) точке из интервала приближения
в) выбором расположения узлов интерполяционной сетки
г) выполнением условий интерполирования в n (n-порядок полинома) точках из интервала приближения

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго больше

Э7. Основная идея метода половинного деления заключается в следующем:

а) на каждом шаге итерационного процесса при вычислении очередного приближения используются уже полученные на предыдущем шаге значения
б) на каждом шаге процесса интервал сходимости делится пополам
в) использование реккурентных формул на этапах прямой и обратной прогонки
г) преобразование исходной системы к равносильной системе с треугольной матрицей, из которой затем последовательно получаются значения всех неизвестных

ВАРИАНТ 14

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Полная погрешность округленного числа вычисляется по формуле:

а) погрешность округления - погрешность исходного значения
б) погрешность округления * погрешность исходного значения
в) погрешность округления / погрешность исходного значения
г) погрешность округления + погрешность исходного значения

Э2. Основная идея метода половинного деления заключается в следующем:

а) на каждом шаге итерационного процесса при вычислении очередного приближения используются уже полученные на предыдущем шаге значения
б) на каждом шаге процесса интервал сходимости делится пополам
в) использование реккурентных формул на этапах прямой и обратной прогонки
г) преобразование исходной системы к равносильной системе с треугольной матрицей, из которой затем последовательно получаются значения всех неизвестных

Э3. Погрешность численного решения, получаемого посредством алгоритма Гаусса, является

а) погрешностью округления
б) погрешностью дискретизации
в) включает в себя и погрешность дискретизации и погрешность округления
г) не включает в себя ни одну из этих погрешностей

Э4. Качество построения интерполяционного полинома оценивается:

а) максимумом модуля уклонения полинома от приближаемой функции в узлах сетки
б) максимумом модуля уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
в) удобством вычисления значений $P_n(x)$ при x<> x_i , где x_i - узлы сетки
г) величиной среднеквадратичного уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения

Э5. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) только не больше
б) только не меньше
в) только строго больше
г) только строго меньше

Э6. Метод касательных получил свое название :

а) потому что касается решения уравнений
б) согласно своему геометрическому смыслу:
в) потому что этим методом исследуются касательные
г) потому что вычисления ведутся на графике

Э7. В понятие самоисправляемости метода входит:

а) Исправление результата вручную самим программистом
б) Исправляемость ошибок начального приближения в ходе выполнения алгоритма метода
в) Исправление результата вычислений с учетом получаемой погрешности
г) Исправление начальных данных и повторение алгоритма заново

ВАРИАНТ 15

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Какая из перечисленных ошибок не является ошибкой дискретизации:

а) разность значений точного решения системы уравнений непрерывной мат.модели и значения точного решения системы уравнений дискретной мат.модели
б) ошибка, порождаемая дискретностью машинной системы представления вещественных чисел

в) ошибка, порождаемая при переходе от непрерывной математической модели к дискретной
г) ошибка, связанная с переходом к дискретным независимым переменным в математической модели

Э2. *Цифры в записи приближенного числа называются значащими, если:*

а) абсолютная погрешность которых не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра
б) это первые три цифры в его десятичном изображении
в) это последние три цифры в его десятичном изображении, отличные от нуля,
г) это все цифры в его десятичном изображении, отличные от нуля, и нули, если они расположены между значащими цифрами или стоят в конце для выражения верных знаков

Э3. *Задача локализации корней заключается в решении следующих задач:*

а) нахождение корней
б) установление количества корней
в) установление промежутков, содержащих корни
г) установление количества корней и наиболее «тесных» промежутков, каждый из которых содержит только один корень

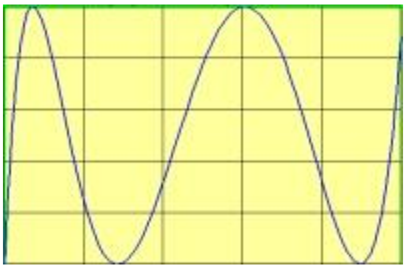
Э4. *Погрешность решения, полученного методом Гаусса, определяется*

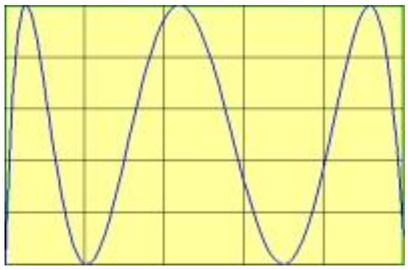
а) только обусловленностью системы
б) размерностью и обусловленностью
в) только размерностью системы
г) ничем из перечисленного

Э5. *На каком из рисунков представлена функция уклонения* $f(x) - P_n(\vec{a}, x)$, ***соответствующая полиному наилучшего равномерного приближения пятого порядка?***


а)


в)


б)


г)

Э6. *Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:*

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго меньше

Э7. *Какое из свойств итерационных методов делает их наиболее надежными из методов уточнения корней уравнения?*

а) простота программирования
б) самоисправляемость
в) скорость сходимости
г) универсальность

ВАРИАНТ 16

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Погрешность численного решения задачи не определяется:

а) обусловленностью решаемой задачи
б) чувствительностью вычислительного алгоритма к погрешностям округления
в) погрешностью представления вещественных чисел в ЭВМ
г) числом уравнений, входящих в мат. модель

Э2. Какие цифры в записи приближенного числа называются верными в узком смысле?

а) Цифра называется верной в широком смысле, если абсолютная погрешность этого числа не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра
б) Цифра называется верной в узком смысле, если абсолютная погрешность этого числа не превосходит половины разряда, в котором стоит эта цифра
в) Цифра называется верной в узком смысле, если абсолютная погрешность этого числа не превосходит трети разряда, в котором стоит эта цифра
г) Цифра называется верной в узком смысле, если абсолютная погрешность этого числа не превосходит четверти разряда, в котором стоит эта цифра

Э3. Формула $\dfrac{\left\|\Delta\vec{x}\right\|}{\left\|\vec{x}_0^*\right\|} \leq \mu(A) \cdot \dfrac{\left\|\vec{r}\right\|}{\left\|\vec{f}\right\|}$ ***оценивает***

а) погрешность решения системы ЛУ, которая связана с ошибками округления и с ошибками исходных данных
б) фактическую погрешность решения системы ЛУ
в) возможную погрешность решения системы ЛУ, которая связана с ошибками округления
г) возможную погрешность решения системы ЛУ

Э4. Какой из методов не применяется для решений систем линейных уравнений:

а) метод Гаусса
б) метод Зейделя
в) метод половинного деления
г) метод простой итерации

Э5. Сплайн-интерполирование не позволяет:

а) уменьшить трудоемкость процесса интерполирования
б) решить задачу интерполирования полиномами невысоких степеней
в) реализовать сходящийся процесс интерполирования
г) использовать интерполяционную функцию для вычисления производных приближаемой функции

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не меньше
в) только строго больше
г) только строго меньше

Э7. Аппроксимация функции может потребоваться в случаях:

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

ВАРИАНТ 17

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Численный метод некорректен, если он

а) обеспечивает нахождение решения вне зависимости от выбора начального приближения
б) устойчив к вариациям исходных данных
в) обеспечивает однозначное решение
г) равномерно сходится относительно размерности модели

Э2. Цифры в записи приближенного числа называются верными в широком смысле, если абсолютная погрешность этого числа

а) не превосходит половины разряда, в котором стоит эта цифра
б) не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра
в) не превосходит трети разряда, в котором стоит эта цифра
г) не превосходит четверти разряда, в котором стоит эта цифра

Э3. Метод Зейделя решения систем линейных уравнений является

а) прямым
б) итерационным
в) нестационарным
г) явным

Э4. Построение интерполирующей функции, в общем случае, подчиняется условию:

а) минимума среднего значения модулей уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
б) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
в) равенства интерполирующей и интерполируемой функций в конечном множестве точек из интервала приближения
г) достижения произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения

Э5. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго больше

Э6. Средство Поиск решения табличного процессора Excel позволяет решать следующие типы уравнений:

а) линейные уравнения и системы уравнений
б) нелинейные уравнения и системы уравнений
в) линейные и нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение
г) нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение

Э7. Основная идея метода половинного деления заключается в следующем:

а) на каждом шаге итерационного процесса при вычислении очередного приближения используются уже полученные на предыдущем шаге значения
б) на каждом шаге процесса интервал сходимости делится пополам
в) использование реккурентных формул на этапах прямой и обратной прогонки
г) преобразование исходной системы к равносильной системе с треугольной матрицей, из которой затем последовательно получаются значения всех неизвестных

ВАРИАНТ 18

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Общая погрешность решения задачи складывается из следующих частей:

а) неустранимая погрешность (погрешность модели),
б) погрешность метода,
в) вычислительная погрешность,
г) все перечисленные вместе

Э2. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения
б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
в) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения
г) установить погрешность исходных данных задачи

Э3. Основная идея метода Гаусса заключается в следующем:

а) на каждом шаге процесса интервал сходимости делится пополам
б) на каждом шаге итерационного процесса при вычислении очередного приближения используются уже полученные на предыдущем шаге значения
в) использование реккурентных формул на этапах прямой и обратной прогонки
г) преобразование исходной системы к равносильной системе с треугольной матрицей, из которой затем последовательно получаются значения всех неизвестных

Э4. Скорость сходимости итерационного метода зависит от

а) требуемой точности вычисления решения
б) номера итерации
в) свойств итерационной матрицы
г) выбора начального приближения

Э5. Построение интерполирующей функции, в общем случае, подчиняется условию:

а) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
б) равенства интерполирующей и интерполируемой функций в конечном множестве точек из интервала приближения
в) достижения произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
г) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на интервале приближения

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) только не больше
б) только не меньше
в) только строго больше
г) только строго меньше

Э7. Метод хорд получил свое название :

а) согласно своему геометрическому смыслу:
б) потому что вычисления ведутся на графике
в) потому что решается только геометрически
г) потому что этим методом исследуются хорды

ВАРИАНТ 19

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Как с помощью границы абсолютной погрешности Δx ***можно указать возможные значения его нижней границы?***

а) НГх = х-Δx ;

б) НГх = х+Δx

в) НГх = х*Δx

г) НГх = х/Δx ;

Э2. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения

б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)

в) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения

г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э3. Надежность выполнения алгоритма локализации корней уравнения не зависит:

а) от характера рассматриваемой функции F(x),

б) от выбранной величины шага h,

в) от выполнения условия монотонности функции на отрезке

г) от применяемого языка программирования

Э4. Метод Зейделя решения систем линейных уравнений является

а) прямым

б) итерационным

в) нестационарным

г) явным

Э5. Построение полинома наилучшего равномерного приближения (n-го порядка) непрерывной функции на конечном интервале [a,b] предполагает достижение:

а) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на конечном множестве точек из интервала приближения

б) минимума среднего значения модулей уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения

в) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения

г) равенства полинома и приближаемой функции в конечном множестве точек из интервала приближения

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно

б) только не больше

в) только не меньше

г) только строго меньше

Э7. Какой из методов не применяется для решений систем линейных уравнений:

а) метод половинного деления

б) метод Гаусса

в) метод Зейделя

г) метод простой итерации

ВАРИАНТ 20

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. С помощью границы абсолютной погрешности Δx можно указать возможные значения его верхней границ по формуле:

а) ВГх=х-Δx

б) ВГх=х+Δx

в) ВГх=х*Δx

г) ВГх=х/Δx

Э2. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения
б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
в) установить погрешность исходных данных задачи
г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э3. Задача локализации корней заключается в решении следующих задач:

а) нахождение корней
б) установление количества корней
в) установление промежутков, содержащих корни
г) установление количества корней и наиболее «тесных» промежутков, каждый из которых содержит только один корень

Э4. Скорость сходимости итерационного метода зависит от

а) требуемой точности вычисления решения
б) номера итерации
в) свойств итерационной матрицы
г) выбора начального приближения

Э5. Построение полинома наилучшего равномерного приближения (n-го порядка) непрерывной функции на конечном интервале [a,b] предполагает достижение:

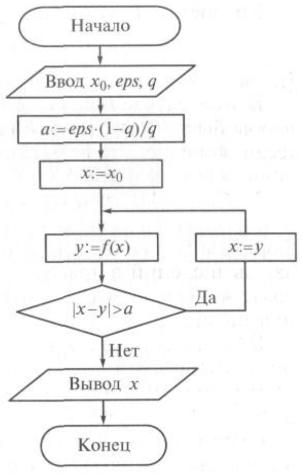
а) произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
б) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на конечном множестве точек из интервала приближения
в) равенства полинома и приближаемой функции в конечном множестве точек из интервала приближения
г) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения

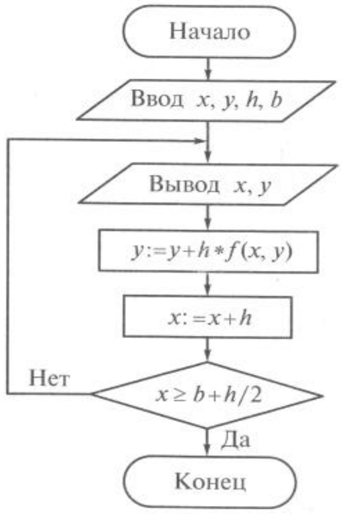
Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не меньше
в) только строго больше
г) только строго меньше

Э7. Алгоритм метода локализации корней уравнения представлен следующей блок-схемой:

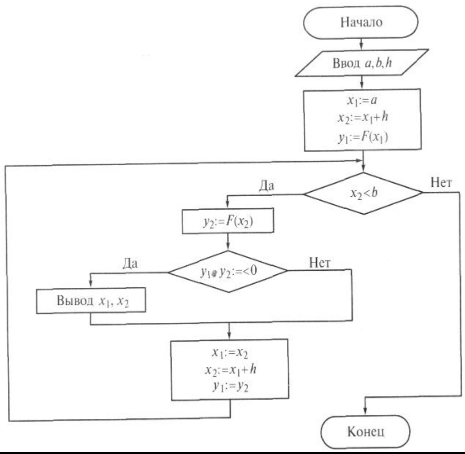
а)



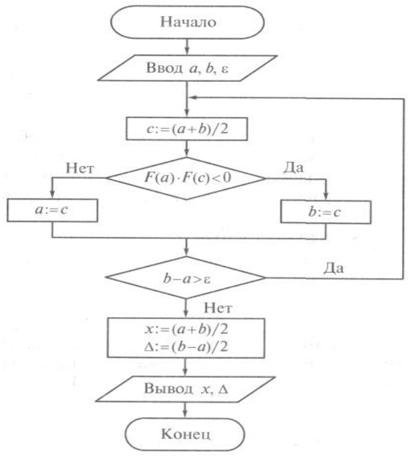


б)

в)



г)



ВАРИАНТ 21

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. *Формула* $\dfrac{\|\Delta\vec{x}\|}{\|\vec{x}_0^*\|} \leq \mu(A)\cdot\dfrac{\|\vec{r}\|}{\|\vec{f}\|}$ ***оценивает***

а) погрешность решения системы ЛУ, которая связана с ошибками округления и с ошибками исходных данных
б) фактическую погрешность решения системы ЛУ
в) возможную погрешность решения системы ЛУ, которая связана с ошибками округления
г) возможную погрешность решения системы ЛУ

Э2. *Относительная погрешность приближенного значения величины равна*

а) произведение ошибки e_x на модуль значения X
б) отношение ошибки e_x к значению X
в) отношение модуля значения X к ошибке e_x
г) отношение ошибки e_x к модулю значения X

Э3. *Обратный анализ ошибок позволяет*

а) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
б) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения
в) установить погрешность исходных данных задачи
г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э4. Какой из методов не применяется для решений систем линейных уравнений:

а) метод Гаусса
б) метод Зейделя
в) метод половинного деления
г) метод простой итерации

Э5. Единственность решения задачи полиномиального интерполирования обеспечивается:

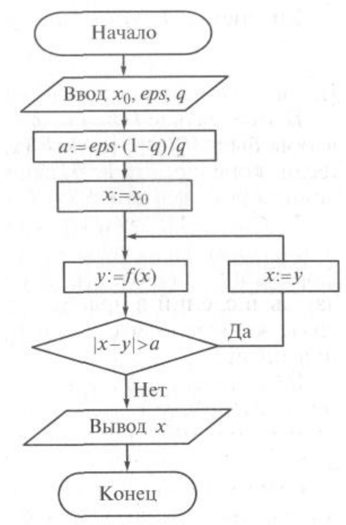
а) методом построения интерполяционного полинома
б) выполнением условий интерполирования в n+1 (n-порядок полинома) точке из интервала приближения
в) выбором расположения узлов интерполяционной сетки
г) выполнением условий интерполирования в n (n-порядок полинома) точках из интервала приближения

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

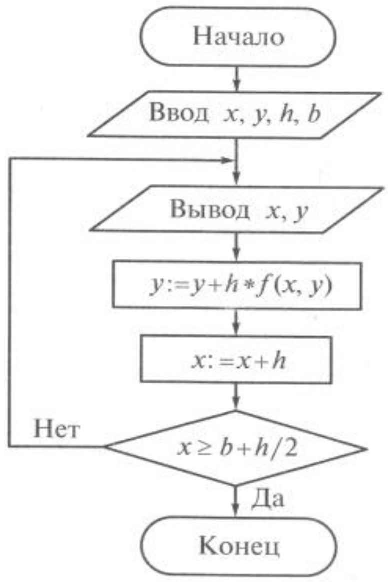
а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго больше

Э7. Алгоритм метода последовательных итераций приближенного решения уравнений представлен следующей блок-схемой:

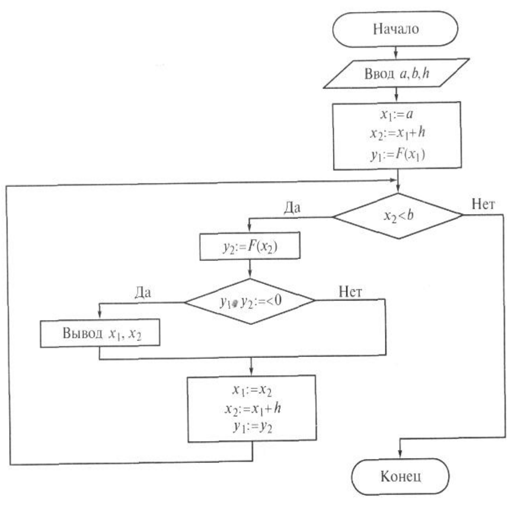
а)



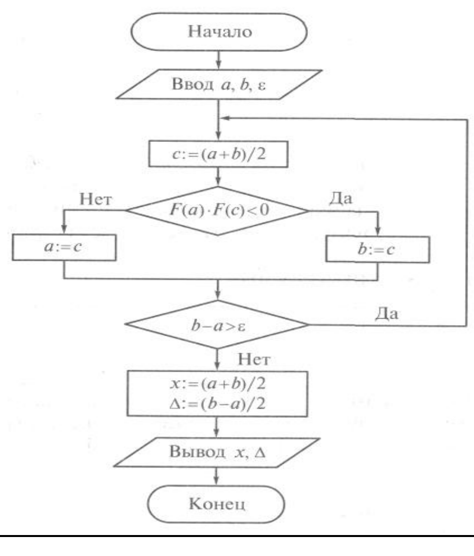
б)



в)



г)



ВАРИАНТ 22

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Что входит в понятие экономичности алгоритма численного метода:

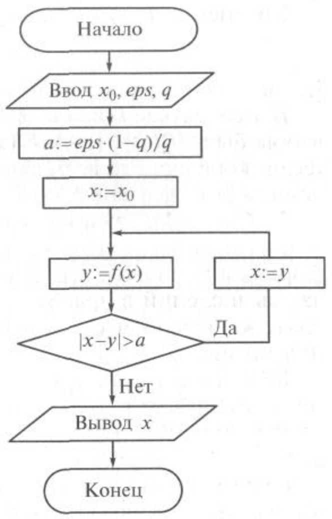
а) Использование метода в экономических расчетах
б) экономично-краткая запись алгоритма (по количеству строк)
в) экономично-краткая запись алгоритма (по объему, занимаемому в памяти компьютера)
г) высокая скорость сходимости метода

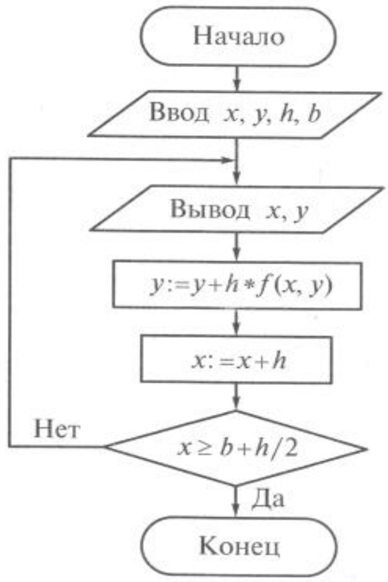
Э2. Как можно вычислить абсолютную погрешность приближения x, если известна его относительная погрешность?

а) $\Delta x = |x|\delta x$
б) $\Delta x = |x| / \delta x$
в) $\Delta x = |x| - \delta x$
г) $\Delta x = |x| + \delta x$

Э3. Алгоритм метода Эйлера приближенного решения дифференциальных уравнений представлен следующей блок-схемой:

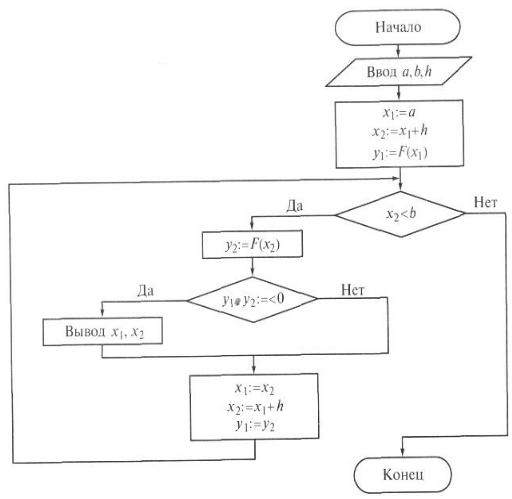
а)



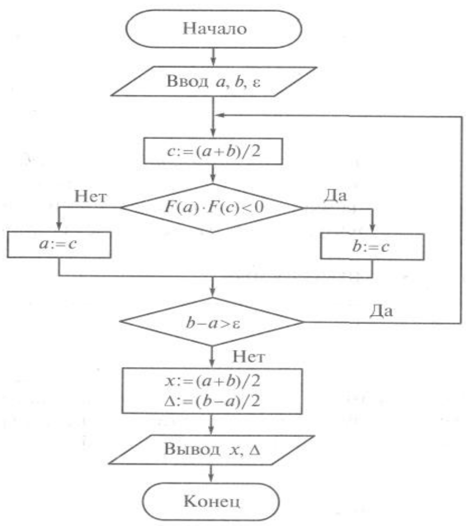


б)

в)



г)



Э4. Относительная погрешность приближенного значения величины вычисляется по формуле:

а) произведение ошибки e_x на модуль значения X

б) отношение ошибки e_x к значению X
в) отношение модуля значения X к ошибке e_x
г) отношение ошибки e_x к модулю значения X

Э5. Качество построения интерполяционного полинома оценивается:

а) максимумом модуля уклонения полинома от приближаемой функции в узлах сетки
б) максимумом модуля уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
в) удобством вычисления значений $P_n(x)$ при $x \neq x_i$, где x_i - узлы сетки
г) величиной среднеквадратичного уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения

Э6. Средство Поиск решения табличного процессора Excel позволяет решать следующие типы уравнений :

а) линейные уравнения и системы уравнений
б) нелинейные уравнения и системы уравнений
в) линейные и нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение
г) нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение

Э7. Аппроксимация функции может потребоваться в случаях:

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

ВАРИАНТ 23

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Погрешность численного решения задачи не определяется:

а) обусловленностью решаемой задачи
б) чувствительностью вычислительного алгоритма к погрешностям округления
в) погрешностью представления вещественных чисел в ЭВМ
г) числом уравнений, входящих в мат. Модель

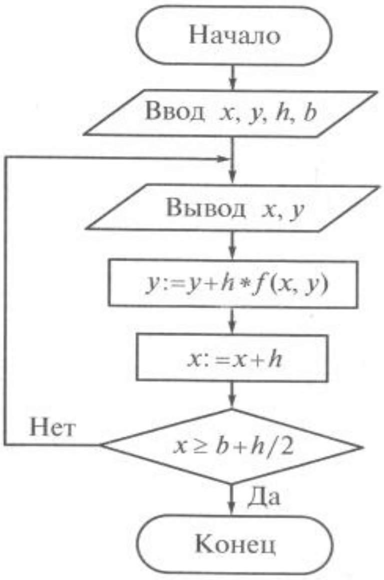
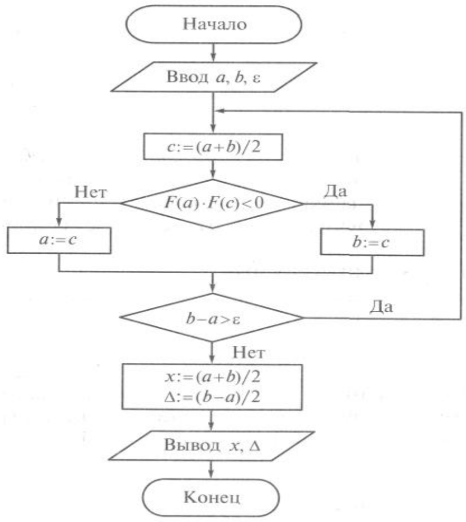
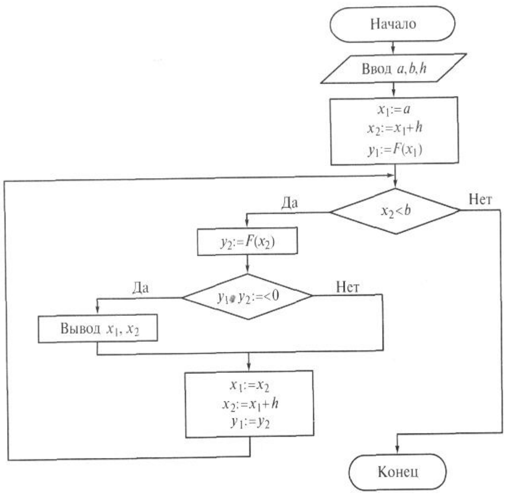
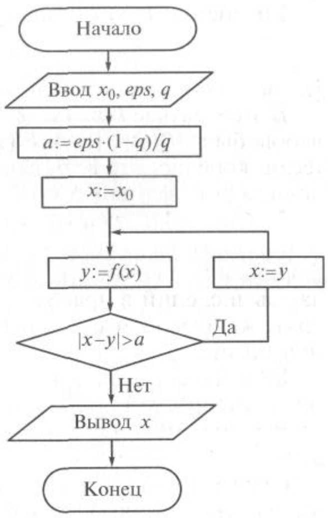
Э2. Что происходит при вычитании близких по величине чисел

а) возрастает точность вычислений вследствие уменьшения погрешности
б) абсолютная погрешность разности стремиться к нулю
в) происходит большая потеря точности, т.к. относительная ошибка разности может оказаться больше самой разности
г) относительная ошибка разности составит среднее арифметическое относительных погрешностей чисел

Э3. Погрешность численного решения, получаемого посредством алгоритма Гаусса, является

а) погрешностью округления
б) погрешностью дискретизации
в) включает в себя и погрешность дискретизации и погрешность округления
г) не включает в себя ни одну из этих погрешностей

Э4. Алгоритм метода половинного деления приближенного решения уравнений представлен следующей блок-схемой:

а)	б)
	
в)	г)
	

Э5. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго меньше

Э6. Погрешность решения, полученного методом Гаусса, определяется

а) только обусловленностью системы
б) размерностью и обусловленностью
в) только размерностью системы
г) ничем из перечисленного

Э7. Метод хорд получил свое название :

а) потому что вычисления ведутся на графике
б) согласно своему геометрическому смыслу:
в) потому что решается только геометрически
г) потому что этим методом исследуются хорды

ВАРИАНТ 24

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
б) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения
в) установить погрешность исходных данных задачи
г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э2. Предельная относительная погрешность суммы нескольких слагаемых одного знака, если известны относительные погрешности каждого слагаемого, не превышает

а) наименьшей из предельных относительных погрешностей слагаемых
б) среднего арифметического значения предельных относительных погрешностей слагаемых
в) наибольшей из предельных относительных погрешностей слагаемых
г) среднего геометрического предельных относительных погрешностей слагаемых

Э3. Выберите формулу, позволяющую с помощью границы абсолютной погрешности Δx ***указать возможные значения его верхней границы:***

а) ВГх=х-Δx
б) ВГх=х*Δx
в) ВГх=х/Δx
г) ВГх=х+Δx

Э4. Сплайн-интерполирование не позволяет:

а) уменьшить трудоемкость процесса интерполирования
б) решить задачу интерполирования полиномами невысоких степеней
в) реализовать сходящийся процесс интерполирования
г) использовать интерполяционную функцию для вычисления производных приближаемой функции

Э5. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не меньше
в) только строго больше
г) только строго меньше

Э6. В понятие экономичности алгоритма численного метода входит:

а) использование метода в экономических расчетах
б) экономично-краткая запись алгоритма (по количеству строк)
в) экономично-краткая запись алгоритма (по объему, занимаемому в памяти компьютера)
г) высокая скорость сходимости метода

Э7. Метод касательных получил свое название :

а) потому что касается решения уравнений
б) согласно своему геометрическому смыслу:
в) потому что этим методом исследуются касательные
г) потому что вычисления ведутся на графике

ВАРИАНТ 25

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Задача локализации корней заключается в решении следующих вопросов:

а) нахождение корней
б) установление количества корней
в) установление промежутков, содержащих корни
г) установление количества корней и наиболее «тесных» промежутков, каждый из которых содержит только один корень

Э2. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения
б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
в) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения
г) установить погрешность исходных данных задачи

Э3. Полная погрешность округленного числа находится по формуле:

а) погрешность округления - погрешность исходного значения
б) погрешность округления * погрешность исходного значения
в) погрешность округления / погрешность исходного значения
г) погрешность округления + погрешность исходного значения

Э4. Ведущий элемент в алгоритме Гаусса

а) принимается равным единице
б) должен быть по возможности больше (по модулю)
в) должен быть по возможности меньше (по модулю)
г) его величина не оказывает существенного влияния на алгоритм

Э5. Построение интерполирующей функции, в общем случае, подчиняется условию:

а) минимума среднего значения модулей уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
б) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения
в) равенства интерполирующей и интерполируемой функций в конечном множестве точек из интервала приближения
г) достижения произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго больше

Э7. Основная идея метода половинного деления заключается в следующем:

а) на каждом шаге итерационного процесса при вычислении очередного приближения используются уже полученные на предыдущем шаге значения
б) на каждом шаге процесса интервал сходимости делится пополам
в) использование реккурентных формул на этапах прямой и обратной прогонки
г) преобразование исходной системы к равносильной системе с треугольной матрицей, из которой затем последовательно получаются значения всех неизвестных

ВАРИАНТ 26

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Цифры в записи приближенного числа называются значащими, если:

а) абсолютная погрешность числа не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра

б) это первые три цифры в его десятичном изображении

в) это последние три цифры в его десятичном изображении, отличные от нуля,

г) это все цифры в его десятичном изображении, отличные от нуля, и нули, если они расположены между значащими цифрами или стоят в конце для выражения верных знаков

Э2. Обратный анализ ошибок позволяет

а) получить оценку погрешности полученного численного решения

б) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)

в) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения

г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э3. Вычислить абсолютную погрешность приближения x, если известна его относительная погрешность, можно по формуле:

а) $\Delta x = |x|\delta x$

б) $\Delta x = |x| / \delta x$

в) $\Delta x = |x| - \delta x$

г) $\Delta x = |x| + \delta x$

Э4. Ведущий элемент прямого хода алгоритма Гаусса

а) определяется на каждом шаге прямого хода

б) является одним из элементов $a_{ii}, i = 1,2,\ldots n$ матрицы системы

в) принимается равным единице

г) его величина не оказывает существенного влияния на алгоритм

Э5. Какой из методов не применяется для решений систем линейных уравнений:

а) метод Гаусса

б) метод Зейделя

в) метод половинного деления

г) метод простой итерации

Э6. Основная идея метода Зейделя заключается в следующем:

а) на каждом шаге процесса интервал сходимости делится пополам

б) на каждом шаге итерационного процесса при вычислении очередного приближения используются уже полученные на предыдущем шаге значения

в) использование реккурентных формул на этапах прямой и обратной прогонки

г) преобразование исходной системы к равносильной системе с треугольной матрицей, из которой затем последовательно получаются значения всех неизвестных

Э7. Построение интерполирующей функции, в общем случае, подчиняется условию:

а) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения

б) равенства интерполирующей и интерполируемой функций в конечном множестве точек из интервала приближения

в) достижения произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на конечном множестве точек из интервала приближения

г) минимума максимального (по модулю) уклонения интерполирующей и интерполируемой функций на интервале приближения

ВАРИАНТ 27

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Цифры в записи приближенного числа называются верными в узком смысле, если абсолютная погрешность этого числа

а) не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра
б) не превосходит половины разряда, в котором стоит эта цифра
в) не превосходит трети разряда, в котором стоит эта цифра
г) не превосходит четверти разряда, в котором стоит эта цифра

Э2. Как можно вычислить абсолютную погрешность приближения x, если известна его относительная погрешность?

а) $\Delta x = |x|\delta x$
б) $\Delta x = |x| / \delta x$
в) $\Delta x = |x| - \delta x$
г) $\Delta x = |x| + \delta x$

Э3. Средство Поиск решения табличного процессора Excel позволяет решать следующие типы уравнений:

а) линейные уравнения и системы уравнений
б) нелинейные уравнения и системы уравнений
в) линейные и нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение
г) нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение

Э4. Ведущий элемент прямого хода алгоритма Гаусса

а) определяется на каждом шаге прямого хода
б) единственен для прямого хода
в) его величина не оказывает существенного влияния на алгоритм
г) принимается равным единице

Э5. Построение полинома наилучшего равномерного приближения (n-го порядка) непрерывной функции на конечном интервале [a,b] предполагает достижение:

а) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на конечном множестве точек из интервала приближения
б) минимума среднего значения модулей уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
в) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
г) равенства полинома и приближаемой функции в конечном множестве точек из интервала приближения

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго меньше

Э7. Что входит в понятие экономичности алгоритма численного метода:

а) Использование метода в экономических расчетах
б) экономично-краткая запись алгоритма (по количеству строк)
в) экономично-краткая запись алгоритма (по объему, занимаемому в памяти компьютера)
г) высокая скорость сходимости метода

ВАРИАНТ 28

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Цифры в записи приближенного числа называются верными в широком смысле, если абсолютная погрешность этого числа

а) не превосходит половины разряда, в котором стоит эта цифра
б) не превосходит единицы разряда, в котором стоит эта цифра
в) не превосходит трети разряда, в котором стоит эта цифра
г) не превосходит четверти разряда, в котором стоит эта цифра

Э2. Погрешность численного решения задачи не определяется:

а) обусловленностью решаемой задачи
б) чувствительностью вычислительного алгоритма к погрешностям округления
в) погрешностью представления вещественных чисел в ЭВМ
г) числом уравнений, входящих в мат. модель

Э3. Алгоритм Гаусса реализуем

а) всегда, но только для симметричных матриц
б) только для невырожденных матриц
в) при условии отличия от нуля ведущих элементов прямого хода алгоритма
г) при условии неравенства нулю элементов $a_{ii}, i = 1,2,...n$ матрицы системы

Э4. Надежность выполнения алгоритма локализации корней уравнения не зависит:

а) от характера рассматриваемой функции F(x),
б) от выбранной величины шага h,
в) от выполнения условия монотонности функции на отрезке
г) от применяемого языка программирования

Э5. Построение полинома наилучшего равномерного приближения (n-го порядка) непрерывной функции на конечном интервале [a,b] предполагает достижение:

а) произвольного наперед заданного значения максимума (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
б) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на конечном множестве точек из интервала приближения
в) минимума максимального (по модулю) уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
г) равенства полинома и приближаемой функции в конечном множестве точек из интервала приближения

Э6. Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:

а) какой угодно
б) только не меньше
в) только строго больше
г) только строго меньше

Э7. В понятие самоисправляемости метода входит:

а) исправление результата вручную самим программистом
б) исправляемость ошибок начального приближения в ходе выполнения алгоритма метода
в) исправление результата вычислений с учетом получаемой погрешности
г) исправление начальных данных и повторение алгоритма заново

ВАРИАНТ 29

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Надежность выполнения алгоритма локализации корней уравнения не зависит:

а) от характера рассматриваемой функции F(x),
б) от выбранной величины шага h,
в) от выполнения условия монотонности функции на отрезке
г) от применяемого языка программирования

Э2. Общая погрешность решения задачи складывается из погрешностей:

а) неустранимая погрешность (погрешность модели),
б) погрешность метода,
в) вычислительная погрешность,
г) все перечисленные вместе

Э3. Вычислить абсолютную погрешность приближения x, если известна его относительная погрешность, можно по формуле:

а) $\Delta x = |x|\delta x$
б) $\Delta x = |x| / \delta x$
в) $\Delta x = |x| - \delta x$
г) $\Delta x = |x| + \delta x$

Э4. Ведущий элемент прямого хода алгоритма Гаусса

а) определяется на каждом шаге прямого хода
б) единственен для прямого хода
в) является одним из элементов $a_{ii}, i = 1,2,\ldots n$ матрицы системы
г) принимается равным единице

Э5. Аппроксимация функции может потребоваться в следующих случаях?

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

Э6. Единственность решения задачи полиномиального интерполирования обеспечивается:

а) методом построения интерполяционного полинома
б) выполнением условий интерполирования в n+1 (n-порядок полинома) точке из интервала приближения
в) выбором расположения узлов интерполяционной сетки
г) выполнением условий интерполирования в n (n-порядок полинома) точках из интервала приближения

Э7. В понятие экономичности алгоритма численного метода входит:

а) Использование метода в экономических расчетах
б) экономично-краткая запись алгоритма (по количеству строк)
в) экономично-краткая запись алгоритма (по объему, занимаемому в памяти компьютера)
г) высокая скорость сходимости метода

ВАРИАНТ 30

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. Метод касательных получил свое название :

а) потому что касается решения уравнений
б) согласно своему геометрическому смыслу:
в) потому что этим методом исследуются касательные
г) потому что вычисления ведутся на графике

Э2. С помощью границы абсолютной погрешности Δx можно указать возможные значения его нижней границы по формуле:

а) НГх = х-Δx;
б) НГх = х+Δx
в) НГх = х*Δx
г) НГх = х/Δx;

Э3. В чем заключается задача локализации корней?

а) нахождение корней
б) установление количества корней
в) установление промежутков, содержащих корни
г) установление количества корней и наиболее «тесных» промежутков, каждый из которых содержит только один корень

Э4. Алгоритм Гаусса реализуем

а) только для невырожденных матриц
б) всегда
в) при условии отличия от нуля ведущих элементов прямого хода алгоритма
г) при условии неравенства нулю элементов $a_{ii}, i = 1,2,...n$ матрицы системы

Э5. Качество построения интерполяционного полинома оценивается:

а) максимумом модуля уклонения полинома от приближаемой функции в узлах сетки
б) максимумом модуля уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения
в) удобством вычисления значений $P_n(x)$ при х<> x_i, где x_i - узлы сетки
г) величиной среднеквадратичного уклонения полинома от приближаемой функции на интервале приближения

Э6. Основная идея метода Зейделя заключается в следующем:

а) на каждом шаге процесса интервал сходимости делится пополам
б) на каждом шаге итерационного процесса при вычислении очередного приближения используются уже полученные на предыдущем шаге значения
в) использование реккурентных формул на этапах прямой и обратной прогонки
г) преобразование исходной системы к равносильной системе с треугольной матрицей, из которой затем последовательно получаются значения всех неизвестных

Э7. В понятие экономичности алгоритма численного метода входит:

а) Использование метода в экономических расчетах
б) экономично-краткая запись алгоритма (по количеству строк)
в) экономично-краткая запись алгоритма (по объему, занимаемому в памяти компьютера)
г) высокая скорость сходимости метода

ВАРИАНТ 31

При выполнении заданий этой части поставьте номер выбранного вами ответа в бланк ответов под номером выполняемого вами задания (№1–№7).

Э1. ***Обратный анализ ошибок позволяет***

а) получить оценку близости решенной задачи к исходной (той, которую хотели решить)
б) получить оценку возможной погрешности полученного численного решения
в) установить погрешность исходных данных задачи
г) вычислить погрешность полученного численного решения

Э2. ***Как с помощью границы абсолютной погрешности*** Δx ***можно указать возможные значения его верхней границ?***

а) ВГх=х- Δx
б) ВГх=х+ Δx
в) ВГх=х* Δx
г) ВГх=х/ Δx

Э3. ***Численный метод некорректен, если он***

а) обеспечивает нахождение решения вне зависимости от выбора начального приближения
б) устойчив к вариациям исходных данных
в) обеспечивает однозначное решение
г) равномерно сходится относительно размерности модели

Э4. ***Основная идея метода Гаусса заключается в следующем:***

а) на каждом шаге процесса интервал сходимости делится пополам
б) на каждом шаге итерационного процесса при вычислении очередного приближения используются уже полученные на предыдущем шаге значения
в) использование реккурентных формул на этапах прямой и обратной прогонки
г) преобразование исходной системы к равносильной системе с треугольной матрицей, из которой затем последовательно получаются значения всех неизвестных

Э5. ***Максимум модуля уклонения интерполяционного полинома от приближаемой функции в сравнении с максимумом модуля уклонения полинома наилучшего равномерного приближения может быть:***

а) какой угодно
б) только не больше
в) только не меньше
г) только строго меньше

Э6. ***Какие типы уравнений позволяет решать средство Поиск решения табличного процессора Excel?***

а) линейные уравнения и системы уравнений
б) нелинейные уравнения и системы уравнений
в) линейные и нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение
г) нелинейные уравнения и системы уравнений, в последнем случае исключительно важно правильно выбрать начальное приближение

Э7. ***Аппроксимация функции может потребоваться в следующих случаях:***

а) табличный способ задания функции
б) вычисление интегралов
в) трудность вычисления функции другими способами
г) во всех перечисленных случаях

Часть 2 Практическое задание (типовое)

Запишите сначала номер задания, впишите в бланк исходные данные согласно своему варианту, а затем полное решение.

Э8. Вычислите интеграл от заданной функции f(x) на отрезке [$a;b$] при делении отрезка на 10 равных частей двумя способами по формулам: 1)трапеций; 2) Симпсона.

Сопоставьте результаты методов интегрирования и укажите верные цифры в полученных результатах

Вариант	$f(x)$	a	b
1	$0{,}37e^{\sin x}$	0	1
2	$0{,}5+x\lg x$	1	2
3	$(x+1{,}9)\sin(x/3)$	1	2
4	$\frac{1}{x}\ln(x+2)$	2	3
5	$\frac{3\cos x}{2x+1{,}7}$	0	1
6	$(2x+0{,}6)\cos(x/2)$	1	2
7	$2{,}6x^2\ln x$	1,2	2,2
8	$(x^2+1)\sin(x-0{,}5)$	0,5	1,5
9	$x^2\cos(x/4)$	1	2
10	$\frac{\sin(0{,}2x-3)}{x^2+1}$	0,5	1,5
11	$3x+\ln x$	1	2
12	$4xe^{x^2}$	-1	0
13	$3x^2+tgx$	-0,5	0,5
14	$\frac{3x^2+\sin x}{x^2+1}$	0	1
15	$3xe^{\cos x}$	0,2	1,2
16	$x^2 tg\frac{x}{2}$	1,5	2,5

Вариант	$f(x)$	a	b
17	$\sqrt{x}e^{-x}$	0,1	1,1
18	$3{,}1x\ln^2 x$	1,2	2,2
19	$\frac{x^2+\sin 3x}{x^2+1}$	1	2
20	$(x-3{,}1)e^{tgx}$	0	1
21	$(x+2)\sin(x/4)$	0	1
22	$\frac{3\cos x}{2x+1{,}7}$	1	2
23	$(3x+0{,}6)\cos(x/3)$	1	2
24	$1{,}6x^3\ln x$	2	3
25	$(x^2+1)\sin(x-0{,}8)$	0,8	1,8
26	$x^3\cos(x/3)$	2	3
27	$\frac{\sin(x-3)}{x^2+1}$	3	4
28	$3x+\ln 3x$	2	3
29	$\frac{x^2+\sin 3x}{x^2+1}$	0	1
30	$(3x+0{,}6)\sin(x/2)$	1	2
31	$\sqrt[3]{x}e^{-x}$	0,1	1,1

ПРИЛОЖЕНИЕ 3Бланк ответов

для рубежного контроля в форме дифференцированного зачета
по учебной дисциплине «Численные методы»

обучающихся в группе ___курса _____
по специальности 230115 Программирование в компьютерных системах;
базовой подготовки

ФИО ______________________________
Дата ________________
Вариант ________________

Задание Д1

Дано: 1. Запишите числа и подчеркните в них значащие цифры *a*____________*b*____________*c*____________ 2. Выберите и запишите число с наибольшим числом значащих цифр _________ 3. Запишите число, в котором наименьшее число верных в широком смысле цифр __________ 4. Запишите число, в котором наибольшее число верных в строгом смысле цифр___________ 5. Вычислите и запишите абсолютную погрешность алгебраической суммы всех заданных чисел

Задание Д2

Дано: ___________________________________ Найти: _______________________________ Решение	
Ответ	

ПРИЛОЖЕНИЕ 4*БЛАНК ОТВЕТОВ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЮЩИХСЯ*

для итогового контроля в форме экзамена

по учебной дисциплине «Численные методы»

обучающихся в группе ___курса _____

по специальности 230115 Программирование в компьютерных системах;

базовой подготовки

ФИО ______________________________

Дата ________________

Вариант ________________

Часть 1

№ задания	***Э1***	***Э2***	***Э3***	***Э4***	***Э5***	***Э6***	***Э7***
ответ							

Часть 2

Практическое задание (типовое)

Э8. Вычислите интеграл от заданной функции $f(x)$=___________ на отрезке *[a;b]* при делении отрезка на 10 равных частей двумя способами по формулам: 1)трапеций; 2) Симпсона.

Сопоставьте результаты методов интегрирования и укажите верные цифры в полученных результатах.

Ответ		***Верные цифры ответа***
Метод трапеций	***Метод Симпсона***	

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

МОДЕЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНАТОРОВ

для рубежного контроля в форме дифференцированного зачета
по учебной дисциплине «Численные методы»
по специальности 230115 Программирование в компьютерных системах базовой подготовки

Задание Д1

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	**Баллы**
Задания С1 предусматривает проверку 5 элементов ответа. *Наличие и правильность каждого элемента оценивается в 1 балл*	
Максимальное количество баллов	***5 баллов***

Ключи к заданию Д1

Вариант 1	Вариант 17
1) 10,4920; 0,00456200; 0,03589	1) 7,345; 0,31; 0,09872
2) 10,4920	2) 7,345
3) 0,00456200	3) 0,09872
4) 10,4920	4) 7,345
5) 0,03	5) 0,03
Вариант 2	Вариант 18
1) 3,44; 6,22; 0,149	1) 1,1236; 4,574; 0,0399
2) 6,22	2) 1,1236
3) 0,149	3) 0,0399
4) 6,22	4) 4,574
5) 0,003	5) 0,003
Вариант 3	Вариант 19
1) 4,05; 6,723; 0,03254	1) 0,0290; 12,72; 0,0399
2) 6,723	2) 12,72
3) 0,03254	3) 0,0290
4) 6,723	4) 12,72
5) 0,03	5) 0,03
Вариант 4	Вариант 20
1) 0,7219; 135,347; 0,013	1) 0,0037; 3,49; 4,574
2) 135,347	2) 4,574
3) 0,013	3) 0,0037
4) 135,347	4) 4,574
5) 0,003	5) 0,003
Вариант 5	Вариант 21
1) 3,672; 4,63; 0,0278	1) 1,15874; 0,0976; 12,72
2) 3,672	2) 1,15874
3) 0,0278	3) 0,0976
4) 4,63	4) 12,72
5) 0,03	5) 0,03
Вариант 6	Вариант 22
1) 1,24734; 0,346; 0,051	1) 7,00493; 82,3574; 3,49
2) 1,24734	2) 82,3574
3) 0,051	3) 3,49
4) 1,24734	4) 82,3574
5) 0,003	5) 0,003
Вариант 7	Вариант 23
1) 11,775; 0,0937; 5,081	1) 3,00971; 0,11587; 0,0976
2) 11,775	2) 3,00971
3) 0,0937	3) 0,0976
4) 11,775	4) 3,00971

5) 0,03	5) 0,03
Вариант 8	Вариант 24
1) 0,0399; 4,83; 0,072	1) 0,765; 4,83; 82,3574
2) 4,83	2) 82,3574
3) 0,0399	3) 0,765
4) 4,83	4) 82,3574
5) 0,003	5) 0,003
Вариант 9	Вариант 25
1) 0,0399; 4,83; 0,072	1) 0,09872; 4,83; 0,11587
2) 4,83	2) 0,11587
3) 0,0399	3) 0,09872
4) 4,83	4) 4,83
5) 0,03	5) 0,03
Вариант 10	Вариант 26
1) 4,574; 1,40; 1,1236	1) 82,3574; 1,40; 7,00493
2) 1,1236	2) 82,3574
3) 1,1236	3) 1,40
4) 4,574	4) 82,3574
5) 0,003	5) 0,003
Вариант 11	Вариант 27
1) 12,72; 0,34; 0,0290	1) 0,11587; 0,09872; 3,00971
2) 12,72	2) 3,00971
3) 0,0290	3) 0,09872
4) 12,72	4) 3,00971
5) 0,03	5) 0,03
Вариант 12	Вариант 28
1) 3,49; 0,845; 0,0037	1) 1,75; 1,21; 0,041
2) 3,49	2) 1,75
3) 0,0037	3) 0,041
4) 3,49	4) 1,75
5) 0,003	5) 0,003
Вариант 13	Вариант 29
1) 0,0976; 2,371; 1,15874	1) 18,0354; 3,7251; 0,071
2) 1,15874	2) 18,0354
3) 0,0976	3) 0,071
4) 2,371	4) 18,0354
5) 0,03	5) 0,03
Вариант 14	Вариант 30
1) 82,3574; 34,1; 7,00493	1) 0,113; 0,1056; 89,4
2) 82,3574	2) 0,1056
3) 7,00493	3) 0,1056
4) 82,3574	4) 89,4
5) 0,003	5) 0,003
Вариант 15	Вариант 31
1) 0,11587; 4,25; 3,00971	1) 0,317; 3,27; 4,7561
2) 3,00971	2) 4,7561
3) 0,11587	3) 0,317
4) 4,25	4) 4,7561
5) 0,03	5) 0,03
Вариант 16	
1) 3,71452; 3,03; 0,765	
2) 3,71452	
3) 0,765	
4) 3,71452	
5) 0,003	

Задание Д2

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	**Баллы**
Элементы ответа	
1) Приведена верная последовательность всех шагов решения (п.2) – п.5)).	1
2) проведена локализация корней (проведена проверка наличия корня на выбранном промежутке)	1
3) выбран один из численных методов решения уравнений: Метод половинного деления, Метод хорд или Метод касательных	1
4)найдено решение выбранным методом с заданной точностью для наибольшего из корней	1
5) ответ соответствует ключу	1

Требования к выполнению задания С1 заключаются в следующем: решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося. Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным. Не следует требовать от учащихся слишком подробных комментариев (например, описания алгоритмов).

Задания С2 предусматривает проверку 5 элементов ответа. Наличие каждого элемента оценивается в 1 балл

Лаконичное решение, не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, следует рассматривать как решение без недочетов.

Если решение экзаменующегося удовлетворяет этим требованиям, то ему выставляется полный балл, которым оценивается это задание: 5 баллов.

Если в решении допущена описка или ошибка, не влияющая на правильность общего хода решения (даже при неверном ответе) и позволяющая, несмотря на ее наличие, сделать вывод о владении материалом, то экзаменующемуся засчитывается балл, на 1 меньший указанного.

Максимальный балл ***5 баллов***

Ключ к заданию Д2

Вариант	***Ответ***	***Вариант***	***Ответ***	***Вариант***	***Ответ***
1	1,3994	*12*	1,9042	*23*	1,5160
2	0,3320	*13*	0,3399	*24*	0,4864
3	1,9999	*14*	-1,5214	*25*	-1,3247
4	1,5214	*15*	1,1141	*26*	1,3247
5	2,2191	*16*	1,3247	*27*	2,2788
6	-3,6274	*17*	0,8603	*28*	3,4255
7	0,3434	*18*	1,7633	*29*	1,5699
8	-0,6056	*19*	1,5316	*30*	0,8241
9	1,2000	*20*	0,0512	*31*	0,3473
10	0,3377	*21*	1,3247		
11	0,4999	*22*	1,6717		

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

КЛЮЧИ И МОДЕЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНАТОРОВ

для итогового контроля в форме экзамена

по учебной дисциплине «Численные методы»

по специальности 230115 Программирование в компьютерных системах; базовой подготовки

Часть 1

i. Ответы на тестовые вопросы:

№ задания	*Э1*	*Э2*	*Э3*	*Э4*	*Э5*	*Э6*	*Э7*
1.	**Б**	**В**	**Г**	**Г**	**В**	**В**	**Г**
2.	**В**	**Г**	**А**	**Б**	**В**	**В**	**Б**
3.	**Г**	**А**	**Б**	**В**	**Б**	**Б**	**Г**
4.	**В**	**Г**	**Б**	**А**	**В**	**В**	**Б**
5.	**Б**	**Г**	**Б**	**В**	**В**	**В**	**Г**
6.	**Б**	**В**	**Б**	**Г**	**А**	**А**	**Б**
7.	**Г**	**А**	**В**	**А**	**Г**	**Г**	**В**
8.	**А**	**Б**	**А**	**В**	**А**	**А**	**Б**
9.	**Б**	**Г**	**В**	**Б**	**В**	**В**	**Б**
10.	**Г**	**А**	**Г**	**Б**	**Б**	**Б**	**В**
11.	**Г**	**Б**	**Г**	**А**	**В**	**Г**	**В**
12.	**В**	**Б**	**Г**	**Г**	**В**	**В**	**Б**
13.	**В**	**Б**	**Г**	**Г**	**Б**	**В**	**Б**
14.	**Г**	**Б**	**А**	**А**	**Б**	**Б**	**Б**
15.	**Б**	**Г**	**Г**	**А**	**Г**	**В**	**Б**
16.	**Г**	**Б**	**В**	**В**	**А**	**Б**	**Г**
17.	**А**	**Б**	**Б**	**В**	**В**	**В**	**Б**
18.	**Г**	**Б**	**Г**	**В**	**Б**	**Б**	**А**
19.	**А**	**Б**	**Г**	**Б**	**В**	**В**	**А**
20.	**Б**	**Б**	**Г**	**В**	**Г**	**Б**	**В**
21.	**А**	**Г**	**А**	**В**	**Б**	**В**	**Б**
22.	**Г**	**А**	**Б**	**Г**	**А**	**В**	**Г**
23.	**Г**	**В**	**А**	**Б**	**В**	**А**	**Б**
24.	**А**	**В**	**Г**	**А**	**Б**	**Г**	**Б**
25.	**Г**	**Б**	**Г**	**Б**	**В**	**В**	**Б**
26.	**Г**	**Б**	**А**	**А**	**В**	**А**	**Б**
27.	**Б**	**А**	**В**	**А**	**В**	**В**	**Г**
28.	**Б**	**Г**	**В**	**Г**	**В**	**Б**	**Б**
29.	**Г**	**Г**	**А**	**А**	**Г**	**Б**	**Г**
30.	**Б**	**А**	**Г**	**В**	**А**	**Б**	**Г**
31.	**А**	**Б**	**А**	**Г**	**В**	**В**	**Г**

Часть2

ii. Модельный ответ комплексного типового задания Э8

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	**Баллы**
Элементы ответа на комплексное задание 1) Приведена верная последовательность всех шагов решения (п.2) – п.5)).	1
2) Верно приведены и используются формулы: а) метода трапеций $\int_a^b f(x)dx = h*(y_0/2 + y_1 + ... + y_{n-1} + y_n/2)$	1
б) метода Симпсона $\int_a^b f(x)dx = 2/3*h*(y_0/2 + 2*y_1 + y_2 + ... + 2y_{n-1} + y_n/2)$	1
3)найдено решение методом: а) трапеций б) Симпсона	1 1
4) ответы соответствуют верному решению, приведенному в таблице ключей к комплексному типовому заданию а) методом трапеций б) методом Симпсона в) методом оценки верности цифр в ответе	2 2 1
Требования к выполнению комплексного задания заключаются в следующем: *Решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося.* *Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным. Не следует требовать от учащихся слишком подробных комментариев (например, описания алгоритмов).* *Задания предусматривает проверку 5 основных элементов ответа. Наличие каждого элемента оценивается в 1- 2 балла* *Лаконичное решение, не содержащее неверных утверждений, все выкладки которого правильны, следует рассматривать как решение без недочетов.* *Если решение экзаменующегося удовлетворяет этим требованиям, то ему выставляется полный балл, которым оценивается это задание: 10 баллов.* *Если в решении допущена описка или ошибка, не влияющая на правильность общего хода решения (даже при неверном ответе) и позволяющая, несмотря на ее наличие, сделать вывод о владении материалом, то экзаменующемуся засчитывается балл, на 1 меньший указанного.*	
Максимальный балл за выполнение заданий части 2	10 баллов

Ключи к заданию с развернутым ответом Э8

	Ответ		***Верные цифры ответа***
№ варианта	***Метод трапеций***	***Метод Симпсона***	
1.	0,6038	0,6039	**0,603**
2.	0,7763	0,7766	**0,776**
3.	1,6468	1,6472	**1,64**
4.	0,6060	0,6061	**0,606**
5.	1,0150	1,0159	**1,015**
6.	2,5503	2,5486	**2,5**
7.	4,4262	4,4349	**4,43**
8.	1,0990	1,1016	**1**
9.	2,1425	2,1435	**2,14**
10.	-0,1658	-0,1658	**-0,1658**
11.	4,8863	4,8859	**4,88**
12.	-3,4368	-3,4604	**-3,4**
13.	0,2500	0,2550	**0,25**
14.	1,0804	1,0825	**1,08**
15.	4,1224	4,1773	**4,1**
16.	7,5231	7,5573	**7,5**
17.	0,1012	0,1011	**0,101**
18.	1,7165	1,7211	**1,7**
19.	0,4848	0,4864	**0,48**
20.	-5,0335	-5,0552	**-5,0**
21.	0,3315	0,3319	**0,331**
22.	0,0666	0,0670	**0,06**
23.	4,4151	4,4139	**4,41**
24.	24,6589	24,694	**24,6**
25.	1,459	1,4621	**1,4**
26.	10,4871	10,4865	**10,48**
27.	0,0324	0,0323	**0,032**
28.	9,5082	9,5080	**9,508**
29.	0,7319	0,7285	**0,7**
30.	3,5311	3,5322	**3,53**
31.	0,1105	0,1104	**0,110**

ПРИЛОЖЕНИЕ 7

ОЦЕНОЧНАЯ ВЕДОМОСТЬ

для рубежного контроля в форме дифференцированного зачета
по учебной дисциплине «Численные методы»

обучающихся в группе ___курса _____

по специальности 230115 Программирование в компьютерных системах; базовой подготовки

№	*ФИО студента*	*№ вар*	*Количество набранных баллов в каждом задании*		*Итого баллов*	*Оценка*
			Д1	**Д2**		
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						

*Время, отведённое на проведение дифференцированного зачета, 90 минут.

Шкала для выставления оценки по количеству набранных студентом баллов:

Сумма баллов	**% выполнения заданий**	**Оценка**
9-10 баллов	90-100%	отлично
7-8 баллов	61-89%	хорошо
6 баллов	60%	удовлетворительно
0-5 баллов	менее 60%	неудовлетворительно

Эксперт_________(_____________) Преподаватель_________(_____________)
Подпись ***ФИО*** ***Подпись*** ***ФИО***

Дата _________________

ПРИЛОЖЕНИЕ 8

ОЦЕНОЧНАЯ ВЕДОМОСТЬ

для итогового контроля в форме экзамена

по учебной дисциплине «Численные методы»

обучающихся в группе ___курса _____

по специальности 230115 Программирование в компьютерных системах; базовой подготовки

№	*ФИО студента*	*№ вар*	*Итого баллов*	*Оценка*
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				

*Время, отведённое на проведение экзамена, 80 минут.

Шкала для выставления оценки по количеству набранных студентом баллов:

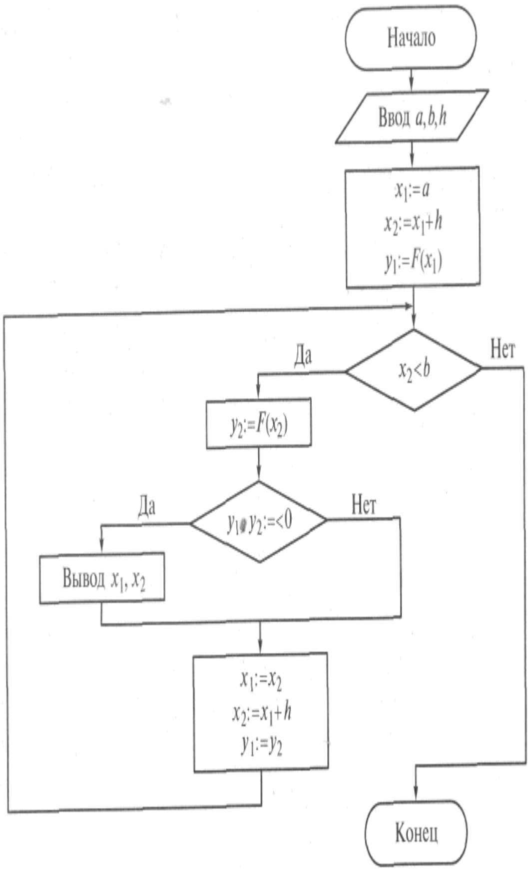
Сумма баллов	**% выполнения заданий**	**Оценка**
16-17 баллов	90-100%	отлично
13-15 баллов	76-89%	хорошо
10-12 баллов	60-75%	удовлетворительно
0-9 баллов	Менее 60%	неудовлетворительно

Эксперт_________(_____________) Преподаватель_________(_____________)

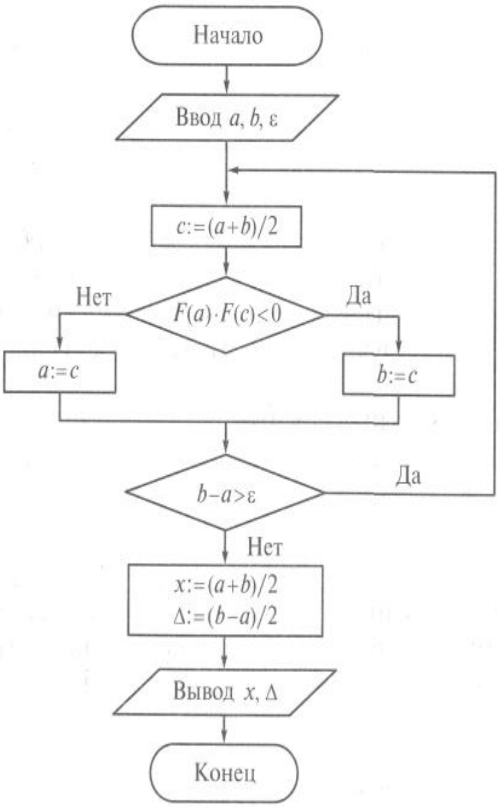
Подпись ***ФИО*** ***Подпись*** ***ФИО***

Дата _________________

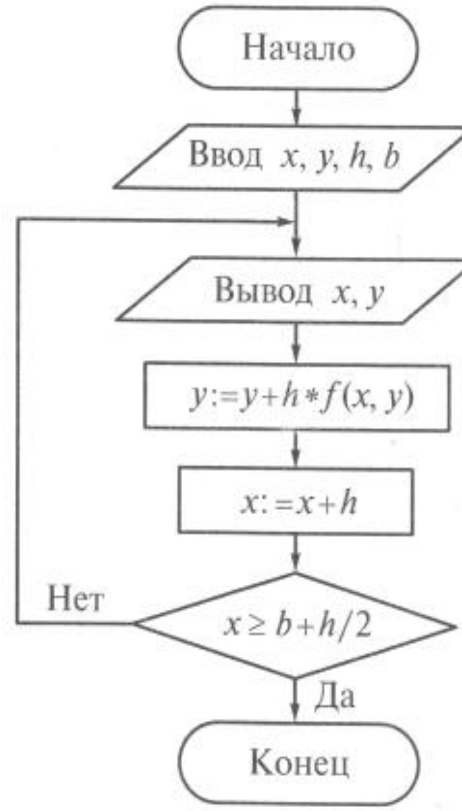
Справочные материалы для экзаменующихся



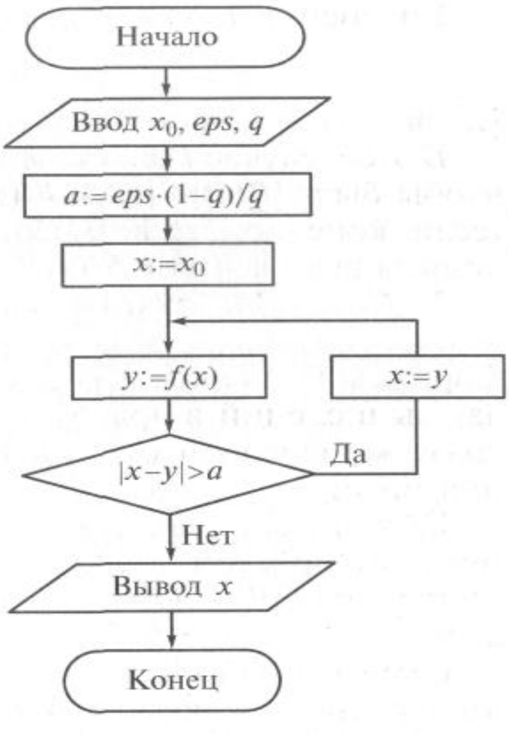
Блок-схема алгоритма отделения корней уравнения $F(x) = 0$



Блок-схема алгоритма уточнения корней уравнения F(x) = 0 на отрезке [a,b] с точностью ε методом половинного деления



Алгоритм метода Эйлера



Блок-схема алгоритма решения уравнения методом простой итерации

РАЗДЕЛ 6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

6.1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЮ

6.1.1. Организация занятий и контроля знаний

Преподавание дисциплины «Численные методы» предусматривает:

- проведение лекций;
- проведение практических занятий;
- проведение лабораторных занятий;
- выполнение домашних заданий;
- реферирование ;
- проведение контрольных работ по разделам;
- аналитический обзор литературы определенной тематики
- проведение экзаменационных испытаний
- самостоятельная работа студентов (изучение теоретического материала, подготовка к практическим занятиям, выполнение домашних лабораторных заданий, реферирование, составление сводной таблицы, подготовка к контрольной работе).

В рамках изучения дисциплины «Численные методы» необходимо предусмотреть развитие форм самостоятельной работы студентов.

Пакет базовых заданий для самостоятельной работы (индивидуальные типовые расчеты во время лабораторно-практических заданий, вопросы для подготовки к экзамену, тематику контрольных работ, тематику и вопросы для подготовки рефератов) следует выдавать в начале семестра, определив предельные сроки выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из базовой и дополнительной частей. Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- связь теоретических положений и выводов с практикой.

Преподаватель, читающий лекционные курсы в колледже, должен знать существующие в педагогической науке и используемые на практике варианты лекций, их дидактические и воспитывающие возможности, а также их методическое место в структуре процесса обучения.

При чтении лекций и проведении практических занятий преподаватель должен обратить особое внимание на изложение следующих тем дисциплины:

- **Случайные события:** виды случайных событий; понятие вероятности события; теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий; теоремы умножения вероятностей; формула полной вероятности; формула Байеса; формула Бернулли.
- **Случайные величины:** виды случайных величин (дискретные и непрерывные случайные величины); распределение вероятностей дискретной случайной величины; функция распределения вероятностей случайной величины; плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины числовые характеристики случайных величин, их свойства; закон равномерного распределения вероятностей; экспотенциальное распределение; нормальное распределение.
- **Системы случайных величин:** числовые характеристики системы двух случайных величин
- **Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы обработки результатов наблюдений:** типы выборок; генеральная совокупность и выборка; вариационный ряд; полигон частот и гистограмма; эмпирическая функция распределения; статистические оценки; статистическая проверка статистических гипотез.

Преподаватель должен рекомендовать студентам изучать разделы дисциплины путем прослушивания и конспектирования лекций и материалов практических занятий, а также путем самостоятельной работы с рекомендуемой учебной литературой.

Лекции по курсу «Численные методы» целесообразно читать в аудитории, оснащённой проекционной аппаратурой для демонстрации заранее подготовленных компьютерных презентаций. Презентации должны содержать опорный материал для конспектирования: отражать логику изложения в виде иерархической структуры, содержать основные определения, табличный и графический иллюстрационный материал. Определяющим требованием к презентации является её способность привить базовые навыки отражения смысла моделируемых процессов математическими записями и восприятия математической нотации, используемой при формулировании изучаемых вероятностных и статистических моделей, а также дать необходимые основы для выполнения заданий лабораторного практикума.

В начале каждой лекции и практического занятия рекомендуется кратко напомнить основные положения материала предыдущего занятия, а в конце – обобщить изложенный материал и ответить на вопросы студентов. При проведении практических занятий с разбором решений типовых задач целесообразно акцентировать внимание студентов на распространенных ошибках и пояснять причины их возникновения.

Организация лабораторно-практических занятий предполагает самостоятельную формализацию поставленной преподавателем задачи. Для проведения соответствующих расчётов на компьютере средствами табличного процессора EXCEL либо специализированного программного обеспечения, оформления отчёта используются *лабораторно-практические занятия*. Для достижения целей данного курса лабораторно-практические занятия проводятся в компьютерных классах, оснащённых программным обеспечением, реализующим изучаемые вероятностные и статистические методы.

Самостоятельная работа по курсу используется:

- для проработки конспектов лекций и обязательной учебной литературы по курсу;
- при необходимости – для ознакомления с рекомендуемой литературой;
- для написания реферата, предусмотренного данной рабочей программой;
- для выполнения расчётного задания по теме ;
- для выполнения тех заданий лабораторного практикума, которые, как правило, не вызывают затруднений у студентов и потому могут быть выполнены в отсутствие преподавателя;

Выполнение контрольной работы, выполнение и защита индивидуальных типовых расчетов и рефератов являются необходимым условием положительной оценки промежуточной и итоговой аттестации студента по дисциплине.

Порядок подготовки и защиты индивидуальных типовых расчетов изложен в методических указаниях для студентов.

При защите индивидуальных типовых расчетов, выполненных во время лабораторно-практических занятий, можно использовать следующие критерии (показатели) оценки ответов:

1. полнота и конкретность ответа, его обоснованность и доказательность;
2. последовательность и логика изложения;
3. уровень культуры речи (при защите в форме собеседования);
4. при выполнении практического задания: умение правильно определить возможные методы и способы решения задачи и выбрать из них наиболее оптимальный; верность полученного результата и всего решения в целом.

По результатам защиты индивидуальных типовых расчетов рекомендуется дать общую оценку результатов как каждого студента, так и всей группы в целом, обратив особое внимание на следующие аспекты:

5. качество подготовки;
6. степень усвоения знаний;
7. положительные стороны и недостатки в работе студентов;
8. задачи и пути устранения недостатков.

Также рекомендуется давать подобную оценку по результатам защиты рефератов, выполнения контрольной работы и в конце каждого практического занятия со студентами.

При изложении материала важно помнить, что почти половина информации на лекции передается через интонацию. Учитывать тот факт, что первый кризис внимания студентов наступает на 15-20-й минутах, второй - на 30-35-й минутах.

При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность - главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

Характеристика используемых форм, методов и технологий контроля учебной работы (аттестации) студента

Порядок проведения текущего контроля и промежуточной аттестации должен проводится в строгом соответствии с положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов в колледже. Требования к итоговой аттестации, определяются требованиями к итоговой аттестации, установленными федеральными государственными образовательными стандартами среднего профессионального образования по направлению подготовки 230000 Информатика и вычислительная техника

1. Промежуточная аттестация.

Промежуточная аттестация проводится по результатам выполнения домашних заданий по разделу «Случайные события» (первая промежуточная аттестация), а также по результатам выполнения домашних заданий, контрольной работы и сдачи рефератов по разделам «Случайные величины» и «Системы случайных величин» (вторая промежуточная аттестация).

2. Домашние задания.

На каждом практическом занятии студент получает домашнее задание — набор задач из сборника заданий, используемого в качестве основной литературы при преподавании дисциплины.

3. Выполнение контрольной работы.

Контрольная работа выполняется на аудиторном занятии. Примерный вариант заданий для контрольной работы приведен в разделе «Рубежный контроль».

4.Выполнение и защита индивидуальных типовых расчетов.

Индивидуальные типовые расчеты выполняются студентами на аудиторных лабораторно-практических занятиях (в рамках самостоятельной работы). Защита индивидуальных типовых расчетов проводится только после правильного выполнения всех заданий. При защите индивидуальных типовых расчетов студенту задают два вопроса по теоретическим материалам соответствующего раздела дисциплины

5. Итоговая аттестация по дисциплине (экзамен).

Итоговой аттестацией по дисциплине является экзамен. Для его проведения имеются контрольно-оценочные средства (представлены в разделе «Итоговый контроль по дисциплине»

6.1.2. Организация и контроль самостоятельной работы

В современный период востребованы высокий уровень знаний, академическая и социальная мобильность, профессионализм специалистов, готовность к самообразованию и самосовершенствованию. В связи с этим должны измениться подходы к планированию, организации учебно-воспитательной работы, в том числе и самостоятельной работы студентов.

Прежде всего, это касается изменения характера и содержания учебного процесса, переноса акцента на самостоятельный вид деятельности, который является не просто самоцелью, а средством достижения глубоких и прочных знаний, инструментом формирования у студентов активности и самостоятельности.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности учебного процесса, в том числе благодаря самостоятельной работе, в которой студент становится активным субъектом обучения, что означает:

- способность занимать в обучении активную позицию;
- готовность мобилизовать интеллектуальные и волевые усилия для достижения учебных целей;
- умение проектировать, планировать и прогнозировать учебную деятельность;
-привычку инициировать свою познавательную деятельность на основе внутренней положительной мотивации;
- осознание своих потенциальных учебных возможностей и психологическую готовность составить программу действий по саморазвитию.

Организация и контроль самостоятельной работы

Для успешного выполнения самостоятельной работы студентов необходимо планирование и контроль со стороны преподавателей.

Аудиторная самостоятельная работа выполняется студентами на лекциях, лабораторно-практических занятиях, и, следовательно, преподаватель должен заранее выстроить систему самостоятельной работы, учитывая все ее формы, цели, отбирая учебную и научную информацию и средства (методических) коммуникаций, продумывая роль студента в этом процессе и свое участие в нем.

Вопросы для самостоятельной работы студентов, указанные в рабочей программе дисциплины, предлагаются преподавателями в начале изучения дисциплины. Студенты имеют право выбирать дополнительно интересующие их темы для самостоятельной работы.

Содержание деятельности преподавателя и студента при выполнении самостоятельной работы представлено в таблице [2].

+Виды самостоятельной работы студентов

Репродуктивная самостоятельная работа	Самостоятельное прочтение, просмотр, конспектирование учебной литературы, прослушивание лекций, магнитофонных записей, заучивание, пересказ, запоминание, Интернет-ресурсы, повторение учебного материала и др.

Познавательно-поисковая самостоятельная работа	Подготовка сообщений, докладов, выступлений на семинарских и практических занятиях, подбор литературы по дисциплинарным проблемам, написание рефератов, контрольных, курсовых работ и др.

Творческая самостоятельная работа	Написание рефератов, научных статей, участие в научно-исследовательской работе, подготовка дипломной работы (проекта). Выполнение специальных заданий и др., участие в студенческой научной конференции.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов (далее самостоятельная работа)

–планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская деятельность студентов, осуществляемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Она включает в себя:

-подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским, лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;

- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин
в соответствии с учебно-тематическими планами;

-написание рефератов, докладов, эссе;

-подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;

-выполнение письменных контрольных работ;

-подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к экзаменам;

-работу в студенческих научных обществах, кружках, семинарах и др.;

-участие в работе факультативов, спецсеминаров и т.п.;

- участие в научных и научно-практических конференциях, семинарах, конгрессах и т.п.;

-другие виды деятельности, организуемой и осуществляемой колледжем.

Выполнение любого вида самостоятельной работы предполагает прохождение студентами следующих этапов:

-определение цели самостоятельной работы;

-конкретизация познавательной (проблемной или практической) задачи;

-самооценка готовности к самостоятельной работе по решению поставленной или выбранной задачи;

-выбор адекватного способа действий, ведущего к решению задачи (выбор путей и средств для ее решения);

-планирование (самостоятельно или с помощью преподавателя) самостоятельной работы по решению задачи;

-реализация программы выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа

Основные характеристики	Деятельность преподавателя	Деятельность студентов
Цель выполнения СР	- Объясняет цель и смысл выполнения СР; - дает развернутый или краткий инструктаж о требованиях, предъявляемых к СР и способах ее выполнения, - демонстрирует образец СР	- Понимает и принимает цель СР как личностно значимую; - знакомится с требованиями к СР
Мотивация	- Раскрывает теоретическую и практическую значимость выполнения СР, тем самым формирует у студента познавательную потребность и готовность к выполнению СР; - мотивирует студента на достижение успеха	- Формирует собственную познавательную потребность в выполнении СР; - формирует установку и принимает решение о выполнении СР
Управление	- Осуществляет управление путем целенаправленного воздействия на процесс выполнения СР; - дает общие ориентиры выполнения СР	На основе владения обобщенным приемом сам осуществляет управление СР (проектирует, планирует, рационально распределяет время и т.д.)
Контроль и коррекция выполнения СР	- Осуществляет предварительный контроль, предполагающий выявление исходного уровня готовности студента к выполнению СР; - осуществляет итоговый контроль конечного результата выполнения СР	- Осуществляет текущий операционный самоконтроль за ходом выполнения СР; - выявляет, анализирует и исправляет допущенные ошибки и вносит коррективы в работу, отслеживает ход выполнения СР; - ведет поиск оптимальных способов выполнения СР; - осуществляет рефлексивное отношение к собственной деятельности; - осуществляет итоговый самоконтроль результата СР
Оценка	- На основе сличения результата с образцом, заранее заданными критериями дает оценку СР; - выявляет типичные ошибки, подчеркивает положительные и отрицательные стороны, дает методические советы по выполнению СР, намечает дальнейшие пути выполнения СР; - устанавливает уровень и определяет качество продвижения студента и тем самым формирует у него мотивацию достижения успеха в учебной деятельности	- На основе соотнесения результата с целью дает самооценку СР, своим познавательным возможностям, способностям и качествам

6.2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

6.2.1. Методические рекомендации по работе с литературой

Важной составляющей самостоятельной внеаудиторной подготовки является работа с литературой ко всем видам занятий: лекционным, практическим, при подготовке к зачетам, экзаменам, тестированию, участию в научных конференциях.

Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Существует несколько методов работы с литературой.

Один из них –самый известный –*метод повторения*: прочитанный текст можно заучить наизусть. Простое повторение воздействует на память механически и поверхностно. Полученные таким путем сведения легко забываются.

Наиболее эффективный метод –*метод кодирования*: прочитанный текст нужно подвергнуть большей, чем простое заучивание, обработке.

Чтобы основательно обработать информацию и закодировать ее для хранения, важно произвести целый ряд мыслительных операций: прокомментировать новые данные; оценить их значение; поставить вопросы; сопоставить полученные сведения с ранее известными.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения.

Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей.

Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развернутый план, тезисы, цитаты, конспект.

План – первооснова, каркас какой-либо письменной работы, определяющие последовательность изложения материала.

План является наиболее краткой и потому самой доступной и распространенной формой записей содержания исходного источника информации. По существу, это перечень основных вопросов, рассматриваемых в источнике. План может быть простым и развернутым. Их отличие состоит в степени детализации содержания и, соответственно, в объеме.

Преимущество плана состоит в следующем.Во-первых, план позволяет наилучшим образом уяснить логику мысли автора, упрощает понимание главных моментов произведения.

Во-вторых, план позволяет быстро и глубоко проникнуть в сущность построения произведения и, следовательно, гораздо легче ориентироваться в его содержании.

В-третьих, план позволяет –при последующем возвращении к нему –быстрее обычного вспомнить прочитанное.

В-четвертых, с помощью плана гораздо удобнее отыскивать в источнике нужные места, факты, цитаты и т. д.

Выписки–небольшие фрагменты текста (неполные и полные предложения, отдельные абзацы, а также дословные и близкие к дословным записи об излагаемых в нем фактах), содержащие в себе квинтэссенцию содержания прочитанного.

Выписки представляют собой более сложную форму записей содержания исходного источника информации. По сути, выписки –не что иное, как цитаты, заимствованные из текста. Выписки позволяют в концентрированной форме и с максимальной точностью воспроизвести в произвольном (чаще последовательном) порядке наиболее важные мысли автора, статистические и даталогические сведения. В отдельных случаях —когда это оправданно с точки зрения продолжения работы над текстом –вполне допустимо заменять цитирование изложением, близким к дословному.

Тезисы–сжатое изложение содержания изученного материала в утвердительной (реже опровергающей) форме.

Отличие тезисов от обычных выписок состоит в следующем.

Во-первых, тезисам присуща значительно более высокая степень концентрации материала.

Во-вторых, в тезисах отмечается преобладание выводов над общими рассуждениями.

В-третьих, чаще всего тезисы записываются близко к оригинальному тексту, т. е. без использования прямого цитирования.

Исходя из сказанного, нетрудно выявить основное преимущество тезисов: они незаменимы для подготовки глубокой и всесторонней аргументации письменной работы любой сложности, а также для подготовки выступлений на защите, докладов и пр.

Аннотация–краткое изложение основного содержания исходного источника информации, дающее о нем обобщенное представление.

К написанию аннотаций прибегают в тех случаях, когда подлинная ценность и пригодность исходного источника информации исполнителю письменной работы окончательно неясна, но в то же время о нем необходимо оставить краткую запись с обобщающей характеристикой. Для указанной цели и используется аннотация.

Характерной особенностью аннотации наряду с краткостью и обобщенностью ее содержания является и то, что пишется аннотация всегда после того, как (хотя бы в предварительном порядке) завершено ознакомление с содержанием исходного источника информации. Кроме того, пишется аннотация почти исключительно своими словами и лишь в крайне редких случаях содержит в себе небольшие выдержки оригинального текста.

Резюме–краткая оценка изученного содержания исходного источника информации, полученная, прежде всего, на основе содержащихся в нем выводов.

Резюме весьма сходно по своей сути с аннотацией. Однако, в отличие от последней, текст резюме концентрирует в себе данные не из основного содержания исходного источника информации, а из его заключительной части, прежде всего выводов.

Но, как и в случае с аннотацией, резюме излагается своими словами –выдержки из оригинального текста в нем практически не встречаются.

Конспект–сложная запись содержания исходного текста, включающая в себя заимствования (цитаты) наиболее примечательных мест в сочетании с планом источника, а также сжатый анализ записанного материала и выводы по нему.

Для работы над конспектом следует: определить структуру конспектируемого материала, чему в значительной мере способствует письменное ведение плана по ходу изучения оригинального текста; в соответствии со структурой конспекта произвести отбор и последующую запись наиболее существенного содержания оригинального текста — в форме цитат или в изложении, близком к оригиналу; выполнить анализ записей и на его основе –дополнение записей собственными замечаниями, соображениями, "фактурой", заимствованной из других источников и т. п. (располагать все это следует на полях тетради для записей или на отдельных листах-вкладках);завершить формулирование и запись выводов по каждой из частей оригинального текста, а также общих выводов

Систематизация изученных источников позволяет повысить эффективность их анализа и обобщения. Итогом этой работы должна стать логически выстроенная система сведений по существу исследуемого вопроса.

Необходимо из всего материала выделить существующие точки зрения на проблему, проанализировать их, сравнить, дать им оценку.

Кстати, этой процедуре должны подвергаться и материалы из Интернета во избежание механического скачивания готовых текстов. В записях и конспектах студенту очень важно указывать названия источников, авторов, год издания. Это организует его, а главное, пригодится в последующем обучении. Безусловно, студент должен взять за правило активно работать с литературой в библиотеке не только СКСЭиП, но и в других библиотеках, используя, в том числе, их компьютерные возможности (электронная библиотека в сети Интернет).

6.2.2. Методические рекомендации по подготовке к контрольным работам, зачетам, экзаменам

Приступая к изучению новой учебной дисциплины, студенты должны ознакомиться с учебной программой, учебной, научной и методической литературой, имеющейся в библиотеке СКСЭиП, получить в библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками.

Помимо учебной, научной литературы студентами должны активно использоваться хрестоматии –сборники текстов, иллюстрирующих содержание учебника, а также словари, справочники. В хрестоматиях собраны материалы, которые позволяют расширить кругозор. При подготовке к занятиям, зачетам, экзаменам следует в полной мере использовать академический курс учебника, рекомендованного преподавателем. Они дают более углубленное представление о проблемах, получивших систематическое изложение в учебнике. Работа с хрестоматией позволит студенту самостоятельно изучить документы, фрагменты источников, другие произведения, разъясняющие сущность изучаемого вопроса.

Студентам рекомендуется самостоятельно выполнять доклады, индивидуальные письменные задания и упражнения, предлагаемые при подготовке к занятиям. Работа, связанная с решением этих задач и упражнений, представляет собой вид интеллектуальной практической деятельности. Она способствует выработке умения и привычки делать что-либо правильно, а также закреплению навыков и знаний по проблеме.

Доклад –это вид самостоятельной работы студентов, заключающийся в разработке студентами темы на основе изучения литературы и развернутом публичном сообщении по данной проблеме.

Отличительными признаками доклада являются:

-передача в устной форме информации;

-публичный характер выступления;

-стилевая однородность доклада;

-четкие формулировки и сотрудничество докладчика и аудитории;

-умение в сжатой форме изложить ключевые положения исследуемого вопроса и сделать выводы.

В ходе самостоятельной подготовки к семинарским занятиям, особенно по гуманитарным дисциплинам, студентами может использоваться, к примеру, так называемый метод контрфактического моделирования событий, который научит их самостоятельно рассуждать о минувших, а также современных событиях, покажет мотивы принятия людьми решений, причины совершенных ошибок.

Такая работа, в процессе которой студенту приходится сравнивать, сопоставлять, выявлять логические связи и отношения, применять методы анализа и синтеза, позволит успешно в дальнейшем подготовиться к зачетам, экзаменам и тестированию. Тестирование ориентировано в целом на проверку блоков проблем, способствует систематизации изученного материала, проверке качества его усвоения.

Серьезная и методически грамотно организованная работа по подготовке к семинарским занятиям, написанию письменных работ значительно облегчит подготовку к экзаменам и зачетам. Основными функциями экзамена, зачета являются: обучающая, оценочная и воспитательная. Экзамены и зачеты позволяют выработать ответственность, трудолюбие, принципиальность. При подготовке к зачету, экзамену студент повторяет, как правило, ранее изученный материал. В этот период сыграют большую роль правильно подготовленные заранее записи и конспекты.

Студенту останется лишь повторить пройденное, учесть, что было пропущено, восполнить пробелы при подготовке к семинарам, закрепить ранее изученный материал.

6.2.3. Методические рекомендации по написанию письменных, научно-исследовательских работ студентов

Написание письменных научно -исследовательских работ студентов решает ряд задач:

-обучение студентов самостоятельному поиску и отбору учебной и специальной научной литературы по предмету;

-привитие навыков реферирования научных статей по проблематике изучаемых дисциплин;

-выработка умения подготовки рефератов, докладов, выступлений и сообщений;

-приобретение опыта выступления с докладами

-систематизация, закрепление и расширение теоретических и практических знаний и навыков по изучаемым дисциплинам;

-приобщение студентов к решению проблемных вопросов по избранной теме работы;

-обучение студентов излагать материал в виде стройной системы теоретических положений, связанных логической последовательностью и подкрепленных примерами из практики.

Участие студентов в научно-исследовательской работе

Участие в научной работе позволяет студентам реализовать творческий потенциал в процессе учебы в колледже. Их вклад в научно-исследовательскую деятельность может выражаться в самых разнообразных формах: выполнение курсовых работ и дипломных проектов в форме НИР; производственная и др.

В общем виде НИР студентов (НИРС) состоит из следующих элементов:

-работа в научных кружках;

-участие в конкурсах научных работ;

-участие в выставках научных работ;

-участие в студенческих конференциях;

-подготовка студенческих публикаций.

Процесс обучения способствует развитию у студентов задатков к научным исследованиям – памяти, наблюдательности, воображения, самостоятельности суждений и выводов. Каждый из перечисленных компонентов необходим для самостоятельной исследовательской работы.

Наряду с выполнением научных исследований студенты принимают участие в сборе и обработке статистических данных, составлении и подготовке различной компьютерной продукции. Результаты научных исследований студенты представляют на конференциях, научных семинарах и т.д.

Лучшие студенты по результатам НИРС могут быть рекомендованы для учебы в ВУЗе.

Наиболее распространенной формой НИРС является участие в научных конференциях. При подготовке к докладу или выступлению на конференции студент получает опыт систематизации и обобщения материала, приобретает навыки научного творчества и, наконец, овладевает очень важным искусством публичного выступления, аргументированной полемики.

В этой связи необходимо запомнить несколько правил, характеризующих культуру полемики, дискуссии.

Дискуссия -это соревнование интеллектов, здесь оружие –аргументы.

Необходимо найти надежные аргументы в пользу своей точки зрения и проверять имеющиеся на надежность. Не недооценивайте оппонента. Самыми ценными являются документальные аргументы, ссылки на документы и надежно установленные факты, противоречащие утверждению оппонента.

Следует тщательно проанализировать свои аргументы; пофантазируйте над тем, что можно им противопоставить и как можно их повернуть.

Дискуссия похожа на игру в шахматы: и там и тут очень важно предвидеть возможное развитие событий, только события –ходы заменены более сложными событиями -аргументами, а правила движения фигур –правилами логического мышления.

Необходимо строго следовать логике.

Вкупе с надежными аргументами она обеспечит вам победу. Любой логический промах может быть использован оппонентом, чтобы поставить под сомнение всю вашу конструкцию! Побеждая в дискуссии, следует быть великодушным. Ваши оппоненты не единственные, кто придерживается этой точки зрения, так им легче будет пережить горечь поражения.

Выступление с докладом и публикации материалов позволят студентам приобрести к тому же общественное признание в среде профессионалов –преподавателей колледжа, других вузов, представителей общественности.

6.2.4 Методические рекомендации по работе над рефератом

Реферат – краткое изложение содержания документа или его части, научной работы, включающее основные фактические сведения и выводы, необходимые для первоначального ознакомления с источниками и определения целесообразности обращения к ним.

Современные требования к реферату –точность и объективность в передаче сведений, полнота отображения основных элементов как по содержанию, так и по форме.

Цель реферата - не только сообщить о содержании реферируемой работы, но и дать представление о вновь возникших проблемах соответствующей отрасли науки.

В учебном процессе реферат представляет собой краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научного исследования и т.п.

Иначе говоря, это доклад на определенную тему, освещающий её вопросы на основе обзора литературы и других источников.

Рефераты в рамках учебного процесса в вузе оцениваются по следующим основным критериями:

-актуальность содержания, высокий теоретический уровень, глубина и полнота анализа фактов, явлений, проблем, относящихся к теме;

-информационная насыщенность, новизна, оригинальность изложения вопросов;

-простота и доходчивость изложения;

-структурная организованность, логичность, грамматическая правильность и стилистическая выразительность;

-убедительность, аргументированность, практическая значимость и теоретическая обоснованность предложений и выводов.

Составление списка использованной литературы.

В соответствии с требованиями, предъявляемыми к реферату, докладу, необходимо составить список литературы, использованной в работе над ним.

<u>Основные этапы работы над рефератом</u>

В организационном плане написание реферата -процесс, распределенный во времени по этапам. Все этапы работы могут быть сгруппированы в три основные: подготовительный, исполнительский и заключительный.

Подготовительный этап включает в себя поиски литературы по определенной теме с использованием различных библиографических источников; выбор литературы в конкретной библиотеке; определение круга справочных пособий для последующей работы по теме.

Исполнительский этап включает в себя чтение книг (других источников), ведение записей прочитанного.

Заключительный этап включает в себя обработку имеющихся материалов и написание реферата, составление списка использованной литературы.

<u>Написание реферата.</u>

Определен список литературы по теме реферата.

Изучена история вопроса по различным источникам, составлены выписки, справки, планы, тезисы, конспекты. Первоначальная задача данного этапа -систематизация и переработка знаний. Систематизировать полученный материал -значит привести его в определенный порядок, который соответствовал бы намеченному плану работы.

Структура реферата

Введение

Введение -это вступительная часть реферата, предваряющая текст. Оно должно содержать следующие элементы:

а) очень краткий анализ научных, экспериментальных или практических достижений в той области, которой посвящен реферат;

б) общий обзор опубликованных работ, рассматриваемых в реферате;

в) цель данной работы;

г) задачи, требующие решения.

Объем введения при объеме реферата 10-15 может составлять одну страницу.

Основная часть.

В основной части реферата студент дает письменное изложение материала по предложенному плану, используя материал из источников. В этом разделе работы формулируются основные понятия, их содержание, подходы к анализу, существующие в литературе, точки зрения на суть проблемы, ее характеристики. В соответствии с поставленной задачей делаются выводы и обобщения. Очень важно не повторять, не копировать стиль источников, а выработать свой собственный, который соответствует характеру реферируемого материала.

Заключение

Заключение подводит итог работы. Оно может включать повтор основных тезисов работы, чтобы акцентировать на них внимание читателей (слушателей), содержать общий вывод, к которому пришел автор реферата, предложения по дальнейшей научной разработке вопроса и т.п. Здесь уже никакие конкретные случаи, факты, цифры не анализируются.

Заключение по объему, как правило, должно быть меньше введения.

Список использованных источников

В строго алфавитном порядке размещаются все источники, независимо от формы и содержания: официальные материалы, монографии и энциклопедии, книги и документы, журналы, брошюры и газетные статьи.

Список использованных источников оформляется в той же последовательности, которая указана в требованиях к оформлению рефератов, курсовых, дипломных работ.

Порядок сдачи и защиты рефератов.

1. Реферат сдается на проверку преподавателю за 1-2 недели до зачетного занятия.
2. При защите реферата преподаватель учитывает:
   - качество
   - степень самостоятельности студента и проявленную инициативу
   - связность, логичность и грамотность составления
   - оформление в соответствии с требованиями ГОСТ.
3. Защита тематического реферата может проводиться на выделенном одном занятии в рамках часов учебной дисциплины или конференции или по одному реферату при изучении соответствующей темы, либо по договоренности с преподавателем.
4. Защита реферата студентом предусматривает

•доклад по реферату не более 5-7 минут

•ответы на вопросы оппонента.

На защите запрещено чтение текста реферата.

Требования к оформлению рефератов, курсовых, дипломных работ

Работа должна быть выполнена с помощью ПК через 1,5 интервала. Тексты работ печатают с соблюдением размеров полей: справа не менее 2 см, слева 3 см, снизу, сверху –2 см, размер шрифта TimesNewRoman–14.

Главы и параграфы курсовой и дипломной работ (проектов) нумеруются арабскими цифрами. Рядом с номером подраздела проставляется и номер раздела, они при этом разделяются между собой точкой, например, 2.1 (первый параграф, второй раздел). Слово «раздел» можно и не писать, введение и заключение не нумеруются. Номер соответствующего раздела или подраздела ставится в начале заголовка. Каждый раздел работы должен начинаться с нового листа, а новые подразделы продолжаются на той же странице, на которой закончен предыдущий подраздел. Заголовки глав печатаются прописными буквами по центру, заголовки подразделов -строчными. Если заголовок включает несколько предложений, то их разделяют точками. Переносы слов в заголовках не допускаются. В конце заголовка точки не ставятся. Полужирный шрифт не используется.

Расстояние между заголовками и текстом должно быть в одну пустую строку. Абзацы начинаются отступами в 1,5 см.

Страницы нумеруются арабскими цифрами, нумерация страниц должна быть сквозной. Титульный лист включается в общую нумерацию, однако номер на нем не ставится. Иллюстрации и таблицы, расположенные на отдельных листах, а также все приложения включают в общую нумерацию страниц работы. Номер страницы проставляется вверху посередине.

Иллюстрации (графики, схемы, диаграммы) располагаются непосредственно после текста, в котором они упоминаются впервые, или на следующей странице. Все иллюстрации обозначаются словом «Рисунок» и в тексте на них делаются ссылки. Иллюстрации нумеруются арабскими цифрами или двумя цифрами (напр. 2.1), где 1-я цифра указывает номер главы, 2-я –номер рисунка, но сквозной нумерацией в пределах всей работы.

Если ссылки приводятся в конце страницы, используются знаки сносок, как правило, цифры, в том месте, где заканчивается мысль автора. Например, в тексте: Речевой период, который некоторые называют синтаксической конструкцией, создается по принципу кругообразно замыкающихся и ритмически организованных частей[1].

В сноске:

[1]Ефимов А.И. О мастерстве речи пропагандиста. -М., 1997. Изд-во Юрайт, с. 42.

Цифровой материал рекомендуется оформлять в виде таблиц, каждую из которых размещают после упоминания о ней. Таблица должна иметь номер (арабскими цифрами) и заголовок, написанный с заглавной буквы.

Слово «Таблица» помещается с красной строки с номером, затем ставится пробел, тире, пробел и заголовок таблицы с прописной буквы без кавычек.

Тексты желательно иллюстрировать графиками, диаграммами, рисунками. При ссылке на таблицы и рисунки указывают их полный номер.

Список использованных источников оформляется в определенной последовательности. Вначале приводятся: 1. Федеральные законы, указы Президента РФ, постановления Правительства РФ, нормативные материалы, изданные органами власти и управления различных уровней. 2. Монографии, научные сборники, журнальные статьи в алфавитном порядке, с указанием ф.и.о. авторов; названия; года издания; издательства; номеров журналов, номеров страниц начала и окончания статьи. Для научной и учебной литературы –общее число страниц.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основные источники

1. Бахвалов Н.С. Жидков Н.П. Кобельков Г.М. Численные методы - 4-е изд. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 636 с.
2. Лапчик М.П. Численные методы: / М.П.Лапчик, М.И.Рагулина, Е.К.Хеннер; под ред М.П.Лапчика. – М.:Издательский центр «Академия», 2007, 224 с
3. Лапчик М.П. Численные методы: Учеб.пособие для студ.вузов / М.П.Лапчик, М.И.Рагулина, Е.К.Хеннер; под ред М.П.Лапчика. – 5 изд, стер. - М.:Издательский центр «Академия», 2009, 384 с

Дополнительные источники:

5. Вержбицкий В.М. Численные методы (линейная алгебра и нелинейные уравнения): Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк. , 2000, 266 с.
6. Матрицы и вычисления. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. – М.: Наука, 1984, 320 с.
7. Костомаров Д.П., Корухова Л.С., Манжелей С.Г. Программирование и численные методы. - М.: Издательство МГУ, 2001, 224 с.
8. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. – Москва: Высшая школа, 2000, 188 с.

Интернет – ресурсы:

1. http://www.uchites.ru/chislennye_metody/posobie
2. http://www.intuit.ru/department/calculate/vnmdiffeq/
3. http://www.intuit.ru/department/calculate/calcmathbase/